

Autoevaluación I

**Para los aspirantes a licenciatura que presenten el examen de
Ciencias Básicas e Ingeniería**

Canek: Portal de Matemática

Colección Guías de Estudio

Autoevaluación I

Para los aspirantes a licenciatura que presenten el examen de
Ciencias Básicas e Ingeniería

Ernesto Javier Espinosa Herrera (coordinador)

María Margarita Alegría de la Colina

María Teresa Castañeda Briones

Gloria María Cervantes y Sánchez

Luz María García Cruz

Teresa Merchand Hernández

Rafael Pérez Flores

José Ángel Rocha Martínez

Carlos Antonio Ulín Jiménez



Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

2011

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

RECTOR GENERAL

Dr. Enrique Fernández Fassnacht

SECRETARIA GENERAL

Mtra. Iris Santacruz Fabila

COORDINADORA GENERAL DE INFORMACIÓN INSTITUCIONAL

Dra. María José Arroyo Paniagua

JEFE DEL DEPARTAMENTO DE ADMISIÓN

Gerardo Gutiérrez Santiago

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA – UNIDAD AZCAPOTZALCO

RECTORA

Mtra. Paloma Gabriela Ibáñez Villalobos

SECRETARIO DE UNIDAD

Ing. Darío Eduardo Guaycochea Guglielmi

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

Dr. Emilio Sordo Zabay

JEFE DEL DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

Dr. Luis Enrique Noreña Franco

© M. en C. Ernesto Javier Espinosa Herrera (coordinador)

Dra. María Margarita Alegría de la Colina

Dra. María Teresa Castañeda Briones

Mtra. Gloria María Cervantes y Sánchez

Dra. Luz María García Cruz

Mtra. Teresa Merchand Hernández

Dr. Rafael Pérez Flores

M. en C. José Ángel Rocha Martínez

Dr. Carlos Antonio Ulín Jiménez

© Universidad Autónoma Metropolitana

Prol. Canal de Miramontes 3855, col. Ex-Hacienda San Juan de Dios

Del. Tlalpan, C.P. 14387 México D.F.

ISBN de la colección 978-607-477-402-3

ISBN del volumen 978-607-477-403-0

Primera edición 2011

Impreso en México. *Printed in Mexico*

Primera reimpresión febrero 2011

Captura de datos: Teresa Jurado Dorantes y Eliel Flores Fabila

Cuidado editorial: Mtra. en Ed. Concepción Asuar

Este trabajo ha sido realizado por los autores en colaboración con el Departamento de Admisión, de la Coordinación General de Información Institucional, de la Rectoría General. Como base, se emplearon reactivos (preguntas y opciones) que elaboraron diversos profesores de la Universidad para el Departamento de Admisión.

Éste es un material de apoyo para la preparación de los aspirantes que deseen ingresar al nivel licenciatura en la Universidad, por lo que resolver adecuadamente los ejercicios no constituye una garantía de ingreso.

Todo el material de *Autoevaluación I* se encuentra en línea en la dirección: <http://canek.azc.uam.mx>

Índice

Prólogo	IX
1. Autoevaluación	1
2. Soluciones	36
3. Desarrollos	38

Prólogo

El material que tienes en las manos ha sido elaborado para quienes han concluido sus estudios de nivel medio superior y desean presentar el examen de Ciencias Básicas e Ingeniería (CBI) para ingresar a la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM). También es muy útil para aspirantes a otras licenciaturas de la UAM, ya que todos los exámenes de la Universidad incluyen razonamiento verbal y matemática.

Los autores hemos trabajado de manera multidisciplinaria en la construcción de esta autoevaluación, pensando siempre en el aspirante a la UAM, con el objeto de afianzar en él algunos de los conocimientos del nivel medio superior que son importantes y necesarios para iniciar su formación universitaria.

En su elaboración, hemos empleado una didáctica innovadora para coadyuvar con la comprensión de contenidos y con el desarrollo de las competencias implícitas en éstos. Con el objetivo de lograr lo anterior, esta autoevaluación se encuentra estructurada para que el lector responda a las preguntas formuladas y verifique si sus soluciones son correctas, así como también compruebe, mediante las explicaciones propuestas, por qué éstas son las soluciones.

Contestar esta autoevaluación implicará que actives los conocimientos previos que has aprendido de manera formal en la escuela y aquellos adquiridos en las diversas situaciones de tu vida cotidiana. Es importante que tengas presente que para esta tarea se requiere un nivel óptimo de atención y concentración que te permita resolver cada apartado.

Para responder eficientemente esta autoevaluación, una vez que hayas examinado todo el material, considera los siguientes pasos:

- Leer detenidamente la pregunta y comprenderla en su totalidad.
- Examinar las opciones propuestas y razonar sus diferencias.
- Seleccionar la opción u opciones que se soliciten.
- Verificar que la opción seleccionada exprese la solución correcta.
- Comprobar en la hoja de respuestas si la opción seleccionada es la correcta.
- Acudir al desarrollo y a las ayudas (notas pie de página), en caso de duda.

Esta autoevaluación está conformada por un conjunto de reactivos sobre razonamiento verbal, razonamiento lógico, matemática, física y química. Con la finalidad de potenciar tu capacidad autodidacta, te proporcionamos ejercicios cuya solución implica necesariamente comprenderlos; además, encontrarás ayudas breves relacionadas con los conceptos y las habilidades que se pretende desarrollar.

Es indudable que este material te ayudará a preparar el examen de admisión a la UAM, pero también constituye una invaluable herramienta para el desarrollo de tus habilidades comunicativas y para la solución de problemas en las áreas de matemática, física y química. Te invitamos a realizar con entusiasmo las tareas propuestas.

1. Autoevaluación

Lee con atención el siguiente texto y resuelve los cuatro reactivos que aparecen a continuación, eligiendo una opción para cada uno.

Las ondas delta
(Texto adaptado)

Patricia de la Peña Sobarzo

Para comprobar que los animales realmente dormían, los investigadores implantaron electrodos en el cerebro de algunos acociles y registraron su actividad eléctrica. Y, en efecto, mientras los animales flotaban, su electroencefalograma semejaba al de las llamadas ondas delta que son características de la fase de sueño profundo de los mamíferos.

Este cambio de actividad eléctrica del cerebro del acocil durante periodos de reposo, que hasta ahora sólo se había identificado en mamíferos y en algunas especies de aves, indica que el animal tiene periodos de sueño verdadero.

Un experimento adicional fue privar sistemáticamente de sueño a los acociles, molestando a cada animal que flotaba aparentemente dormitando. Con esto, al parecer, aumentaba progresivamente la necesidad de sueño de los crustáceos, dado que en la próxima oportunidad dormían más. Esto fue un indicador adicional de que los periodos de interrupción constituyen verdaderas pausas en el sueño. El resultado de esta investigación amplía el espectro de animales que se sabe duermen, incluyendo a los más simples, como son los invertebrados.

La importancia de este hallazgo fue descubrir que, si todos los animales vertebrados e invertebrados simples duermen, la función que cumple el sueño es sumamente básica. Más aún, afirma el doctor Fidel Ramón, “el sueño no requiere de un cerebro particularmente complejo y tampoco de un tipo de circuito neuronal especial. Por lo tanto, la experimentación con este animal” –añade el investigador– “puede ayudarnos a encontrar la razón por la que el ser humano duerme y quizá pueda contribuir a corregir algunos problemas debidos a la falta de sueño”.

1. ¿Cuál fue el fin de que los investigadores implantaran electrodos en el cerebro de los animales?

(Texto anterior.)

- a. Comprobar que algunos animales dormían
- b. Caracterizar la fase del sueño profundo
- c. Identificar a los crustáceos que duermen
- d. Registrar su actividad eléctrica cerebral
- e. Privar del sueño a los acociles

2. Si todos los animales vertebrados e invertebrados duermen, entonces _____ .
(Texto anterior.)
- el sueño necesita un circuito neuronal especial
 - la necesidad de sueño aumenta progresivamente
 - la función del sueño es tan básica que los animales simples lo necesitan
 - el sueño requiere de un cerebro altamente complejo
 - la fase del sueño no es esencial para los animales
3. La investigación sobre el sueño del acocil podrá _____ y _____ .
(Texto anterior.)
- ayudar a encontrar la razón por la que el ser humano duerme
 - contribuir a corregir algunos problemas debidos a la falta de sueño
 - arrojar datos sobre los periodos más prolongados que existen en la interrupción del sueño
 - fomentar el uso de otras especies para los experimentos científicos
 - comprobar que los invertebrados tienen serios trastornos de sueño
- 1 y 2
 - 4 y 5
 - 1 y 4
 - 3 y 4
 - 3 y 5
4. El cambio de actividad eléctrica en el cerebro del acocil indica que éste tiene _____ .
(Texto anterior.)
- baja actividad eléctrica
 - problemas debido a la falta de sueño
 - grandes cantidades de ondas delta
 - periodos de sueño verdadero
 - trastornos de sueño profundo
5. Indica cuáles de las siguientes palabras son graves.
(Deliberadamente, hemos suprimido tildes.)
- | | |
|---------------|------------|
| a. Musica | f. Interes |
| b. Util | g. Nectar |
| c. Angel | h. Barbaro |
| d. Antes | i. Techo |
| e. Esplendido | j. Halcon |
- b, c, d, e, i
 - b, c, h, j
 - a, e, g
 - b, c, d, g, i
 - a, d

6. En los siguientes enunciados hemos escrito algunas palabras en color. Indica si la letra faltante es **b** o bien **v**.

Correr descalza

Corro descalza hacia donde empieza el horizonte.

Llorando, pues el miedo me arranca el corazón.

Ya he **1. ol_idado** todos los colores, esa carrera mía es **2. in_isible**.

La Luna, **3. _uelta** encima de mi **4. ca_eza**, donde tú has **5. pro_ocado** un eclipse.

Quiero **6. _olver** a ver las estrellas y disfrutar de ese intenso color.

He de **7. cam_iar** mi ruta, ver el camino más ancho; aunque tú no estés a mi lado...

Y volver con una sonrisa. **8. Vi_ir** el aire de la distancia, **9. _uscar** mi norte.

Sentir el Sol a la cara, olvidarme de todo por un rato... pero sonriendo.

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| a. Con b : 4, 6, 7, 8; | con v : 1, 2, 3, 4, 9 |
| b. Con b : 1, 2, 5; | con v : 3, 4, 6, 7, 8, 9 |
| c. Con b : 1, 3, 6, 8, 9; | con v : 3, 4, 5, 7 |
| d. Con b : 2, 3, 7, 9; | con v : 1, 4, 5, 6, 8 |
| e. Con b : 4, 7, 9; | con v : 1, 2, 3, 5, 6, 8 |

7. Ordena los diez enunciados siguientes para que se forme un texto coherente y con sentido.

(Se proporciona la frase inicial.)

Surgió súbitamente en el

1. y venía armado.
2. y en vez de quitarle la vida
3. El primer impulso de ella fue salir corriendo.
4. los ojos de ambos se encontraron
5. "Si la iban a matar mejor que lo hicieran de frente".
6. Entonces, en un instante mágico, eléctrico,
7. solitario sendero del parque.
8. Pero lo pensó mejor y decidió darle la cara:
9. él le entregó la suya para siempre.
10. Tenía un aspecto feroz

- | |
|----------------------------------|
| a. 1, 10, 7, 3, 8, 5, 6, 2, 4, 9 |
| b. 7, 10, 1, 3, 8, 5, 6, 4, 2, 9 |
| c. 10, 1, 7, 3, 6, 8, 5, 4, 9, 2 |
| d. 8, 2, 9, 10, 3, 1, 4, 5, 6, 7 |
| e. 7, 10, 3, 1, 6, 8, 5, 2, 4, 9 |

8. ¿Cuáles de las siguientes palabras representan un barbarismo?

1. Hostal
 2. Parking
 3. Club
 4. Exit
 5. Suéter
 6. Nailon
- a. 1 y 3
 - b. 2 y 6
 - c. 1 y 5
 - d. 3 y 6
 - e. 2 y 4

9. ¿En qué tiempos están los verbos escritos en color en la siguiente oración?

Ella **será** culpable, **diga** lo que diga, así que **castígala**.

- a. Presente de indicativo, presente de subjuntivo y gerundio
- b. Futuro de subjuntivo, presente de indicativo y participio
- c. Futuro de indicativo, presente de subjuntivo e imperativo
- d. Futuro de indicativo, presente de indicativo e infinitivo
- e. Futuro de subjuntivo, presente de subjuntivo e imperativo

10. En el siguiente cuadro, identifica las dos palabras que guarden la misma relación que la analogía presentada a la izquierda.

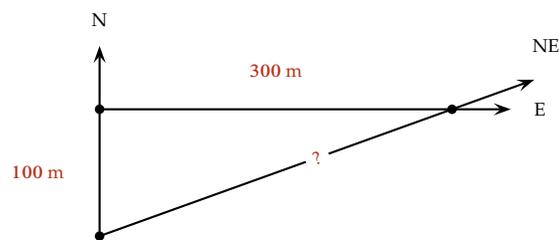
	a.	b.	c.	d.	e.	f.
1. Francia-Europa	Colombia	Asia	París	País	Nación	América
2. Biberón-Vaso	Plástico	Bebé	Leche	Vidrio	Agua	Adulto
3. Cuello-Collar	Hombro	Dedo	Brazo	Uña	Pulsera	Mano

- a. 1: a, d; 2: b, f; 3: c, e
- b. 1: a, f; 2: b, f; 3: c, e
- c. 1: c, d; 2: a, f; 3: c, f
- d. 1: c, e; 2: b, c; 3: c, e
- e. 1: b, e; 2: c, d; 3: b, f

11. Si la regla es que “todos los médicos son inteligentes”, entonces es verdad que _____.

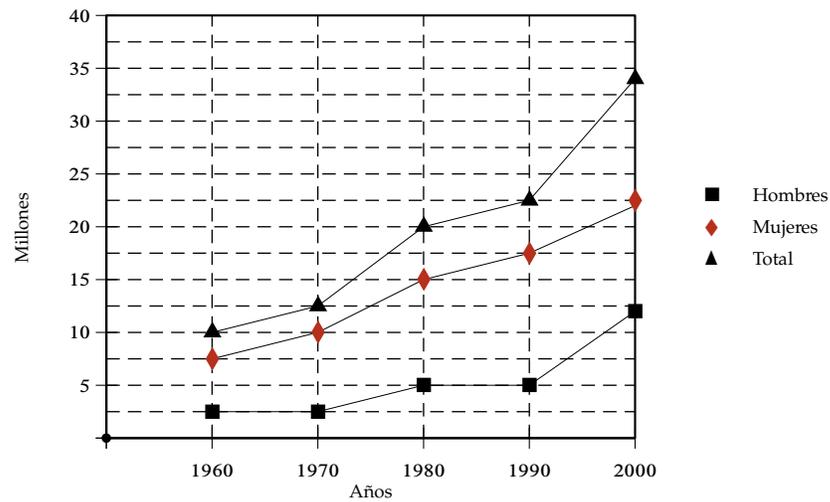
- a. algunos médicos no son personas inteligentes
- b. no hay otras personas inteligentes además de los médicos
- c. los médicos pueden ser inteligentes
- d. si Pedro no es inteligente y es médico, la regla es falsa
- e. las personas inteligentes son médicos

12. Identifique la opción cuyos números no tienen la misma regularidad de las otras.
- a. 3, 0, 5, 2, 7
 - b. 4, 1, 6, 3, 8
 - c. 0, 3, 8, 5, 10
 - d. 7, 4, 9, 6, 11
 - e. 5, 2, 7, 4, 9
13. Antonio gana \$20.00 por hora; su jefe le ha pedido que trabaje horas extras; la cantidad que cobrará por cada una de éstas es el equivalente a dos horas y media de trabajo normal. ¿Cuánto ganará por cada hora extra?
- a. \$60.00
 - b. \$40.00
 - c. \$70.00
 - d. \$50.00
 - e. \$30.00
14. Con \$100 se compraban 6 artículos *A* de \$10 cada uno y 8 artículos *B* de \$5 cada uno. Los precios cambian y ahora los artículos *A* valen \$12 y los *B* \$4, ¿cuántos artículos *A* y *B* se pueden comprar con los mismos \$100 asignando, para *A* y para *B*, la misma cantidad de dinero usada antes del cambio?
- a. 6 artículos *A*, 7 artículos *B*
 - b. 5 artículos *A*, 10 artículos *B*
 - c. 3 artículos *A*, 16 artículos *B*
 - d. 4 artículos *A*, 13 artículos *B*
 - e. 8 artículos *A*, 1 artículos *B*
15. Una persona camina 100 m al Norte y después 300 m al Este para llegar a un punto deseado. ¿Qué distancia aproximada ahorraría si hubiera caminado directamente hacia el Noreste?



- a. Entre 180 m y 185 m
- b. Entre 210 m y 220 m
- c. Entre 15 m y 20 m
- d. Entre 310 m y 320 m
- e. Entre 80 m y 85 m

Observa la gráfica de la población económicamente activa y contesta las cuatro preguntas que aparecen a continuación:



16. ¿En qué periodo se duplicó la población masculina?

(Gráfica anterior.)

- a. 1970 – 1980
- b. 1960 – 1980
- c. 1980 – 2000
- d. 1970 – 1990
- e. 1960 – 1990

17. ¿En qué porcentaje se incrementó la población total en el periodo 1990 – 2000?

(Gráfica anterior.)

- a. 35 – 40 %
- b. 30 – 35 %
- c. 60 – 65 %
- d. 50 – 60 %
- e. 20 – 25 %

18. En el periodo de 1980 – 1990, se puede decir que la población femenina _____.

(Gráfica anterior.)

- a. se mantuvo sin cambios
- b. disminuyó
- c. se duplicó
- d. se incrementó
- e. se redujo a la mitad

19. ¿Cuántos millones de personas aproximadamente conformaban la población económicamente activa total en el año 2000?

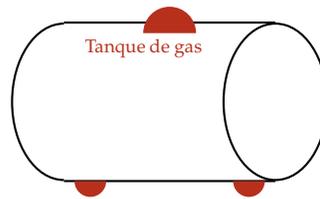
(Gráfica anterior.)

- a. entre 10 y 12
- b. entre 16 y 18
- c. entre 20 y 23
- d. entre 32 y 35
- e. entre 22 y 25

20. Si a es un número entero, ¿cómo se expresa la suma de a más los dos números enteros consecutivos mayores a él?

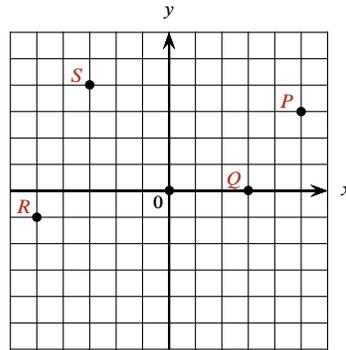
- a. $a[(a + 1) + (a + 2)]$
- b. $a + (a - 1) + (a - 2)$
- c. $a + [(a + 1) + (a + 1)]$
- d. $(a + 1) + (a + 2)$
- e. $a + (a + 1) + (a + 2)$

21. Se requiere fabricar un tanque cilíndrico para almacenar gas, ¿cuál de los siguientes datos es suficiente para efectuar la compra del material necesario?



- a. Perímetro
- b. Radio
- c. Altura
- d. Volumen
- e. Área

22. Identifica las coordenadas de los puntos P , Q , R , S .



- a. $P(4, 3)$, $Q(3, 1)$, $R(-5, 0)$, $S(-3, -4)$
- b. $P(5, 3)$, $Q(3, 0)$, $R(-5, -1)$, $S(-3, 4)$
- c. $P(-3, -5)$, $Q(-3, 0)$, $R(-5, 1)$, $S(2, 4)$
- d. $P(3, -5)$, $Q(-3, 0)$, $R(5, 1)$, $S(-2, 4)$
- e. $P(5, -3)$, $Q(0, 3)$, $R(5, -1)$, $S(3, -4)$

23. Elige la serie de números que tiene una secuencia similar a la que se muestra a continuación.

22; 40; 24; 38; 26; 36; 28; 34

- a. 20; 40; 18; 38; 16; 36; 14; 34
- b. 28; 26; 24; 22; 20; 18; 16; 14
- c. 20; 30; 22; 28; 24; 26; 26; 24
- d. 20; 38; 22; 40; 24; 42; 26; 44
- e. 22; 24; 26; 28; 30; 32; 34; 36

Observa la siguiente sucesión y contesta las dos preguntas que aparecen a continuación.

7; 13; 25; _____; 97

24. El número que completa la sucesión es _____.

(Información anterior.)

- a. 45
- b. 49
- c. 54
- d. 42
- e. 39

25. ¿Cuál es el algoritmo que define la sucesión?

(Información anterior.)

- a. $2n + 2$
- b. $3n - 1$
- c. $2n + 1$
- d. $2n - 1$
- e. $n - 1$

26. Utilizando razones y proporciones, el valor de x es _____.

3	12
8	x

- a. 16
- b. 64
- c. 24
- d. 26
- e. 32

27. Del siguiente conjunto, el número _____ no es primo.

$\{2, 3, 4, 7, 11, 13\}$.

- a. 4
- b. 13
- c. 7
- d. 3
- e. 11

28. Para cada propiedad de divisibilidad de la izquierda, selecciona todos los números de la derecha que la tengan.

Divisible entre 3	a. 30
Divisible entre 5	b. 35
Divisible entre 10	c. 40
	d. 45
	e. 60

- | | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|
| a. Divisibles entre 3 a, e; | divisibles entre 5 a, c, e; | divisibles entre 10 b, d |
| b. Divisibles entre 3 a, d, e; | divisibles entre 5 a, b, c, d, e; | divisibles entre 10 a, c, e |
| c. Divisibles entre 3 a, b; | divisibles entre 5 c, d, e; | divisibles entre 10 b, c, d |
| d. Divisibles entre 3 a, b, d; | divisibles entre 5 a, b, c, d, e; | divisibles entre 10 b, d |
| e. Divisibles entre 3 a, d, e; | divisibles entre 5 b, d; | divisibles entre 10 b, d, e |

29. El resultado de la operación $\frac{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}$ es _____.

a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{6}{3}$

c. $\frac{3}{2}$

d. $\frac{2}{3}$

e. $\frac{3}{4}$

30. $\frac{5}{6} + 1\frac{1}{4}$ es igual a _____.

a. $\frac{25}{10}$

b. $\frac{25}{12}$

c. $\frac{10}{24}$

d. $1\frac{6}{10}$

e. 1

31. El resultado de $\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{8}}{\frac{5}{2} - \frac{3}{4}}$ es _____.

a. $\frac{2}{7}$

b. $\frac{1}{14}$

c. $\frac{1}{7}$

d. $-\frac{1}{14}$

e. $-\frac{2}{7}$

32. $\frac{\frac{3}{8}}{-\frac{7}{5}}$ es igual a _____.

- a. $-\frac{21}{40}$
- b. $\frac{21}{40}$
- c. $-\frac{40}{21}$
- d. $-\frac{15}{56}$
- e. $-\frac{56}{15}$

33. Se mezclan x litros (ℓ) de una solución que contiene 40% de sal, con 8 ℓ de otra solución que contiene 25% de sal. ¿Cuál es el valor de x , si la mezcla obtenida contiene un 30% de sal?

- a. $x = 4 \ell$
- b. $x = 3.5 \ell$
- c. $x = 3 \ell$
- d. $x = 5 \ell$
- e. $x = 4.5 \ell$

34. El resultado de la suma algebraica $\frac{3}{10} - \frac{5}{12} + \frac{8}{15}$ es _____.

- a. $\frac{5}{10}$
- b. $\frac{3}{12}$
- c. $\frac{23}{60}$
- d. $\frac{14}{30}$
- e. $\frac{5}{12}$

35. Si una joven usó $\frac{3}{5}$ de una madeja de lana para tejer la mitad de un suéter, ¿cuántas madejas necesitará para tejer el suéter completo?

- a. $1\frac{1}{10}$
- b. $1\frac{1}{5}$
- c. $\frac{6}{10}$
- d. $1\frac{3}{5}$
- e. $\frac{5}{6}$

36. La siguiente fracción $\frac{(5)(2^{-3})}{(3)(4^{-2})}$ es igual a _____.
- a. $\frac{5}{2}$
 - b. $\frac{3}{10}$
 - c. $\frac{10}{3}$
 - d. $\frac{5}{6}$
 - e. $\frac{6}{5}$
37. El valor numérico de la expresión $\frac{4}{3}p^2q^3$, con $p = 2$ y con $q = 3$ es _____.
- a. $\frac{144}{3}$
 - b. 144
 - c. 154
 - d. 134
 - e. $\frac{134}{3}$
38. Carlos gastó \$1 900 al comprar un pantalón, una camisa, una corbata y un cinturón. El pantalón costó el doble que la corbata, la camisa costó \$150 más que el pantalón y el cinturón costó \$50 menos que la corbata. ¿Cuánto pagó Carlos por la camisa?
- a. \$600
 - b. \$450
 - c. \$750
 - d. \$500
 - e. \$850
39. La expresión $a + (b - c) + 2a - (a + b)$ es igual a _____.
- a. $2c - a$
 - b. $2c - b$
 - c. $2b - a$
 - d. $2a - c$
 - e. $2b - 1$
40. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas tiene como resultado $a + c$?
- a. $a + [(-2a + b) - (-a + b - c) + a]$
 - b. $a - [(-2a + b) - (-a + b - c) + a]$
 - c. $a + [(-2a + b) + (-a + b - c) + a]$
 - d. $a + [(2a + b) - (a - b - c) - a]$
 - e. $a - [(-2a - b) - (-a + b - c) - a]$

41. El resultado de la siguiente operación $(-4ax^2)^3$ es _____.
- a. $-12a^3x^6$
 - b. $64a^3x^6$
 - c. $-64a^3x^5$
 - d. $12a^3x^6$
 - e. $-64a^3x^6$
42. El resultado de $\left[\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-2}$ es _____.
- a. 4
 - b. $\frac{1}{2}$
 - c. $\frac{1}{8}$
 - d. $\frac{1}{4}$
 - e. 2
43. Si x es un número real y n, p son dos enteros positivos, entonces x^{n+p} es igual a _____.
- a. $x^n + x^p$
 - b. $\frac{x^n}{x^p}$
 - c. (x^n)
 - d. $x^n \cdot x^p$
 - e. $\frac{x^p}{x^n}$
44. De acuerdo con la ley de los exponentes, si a es un número real, entonces $(a^2)^3$ es igual a _____.
- a. $3a^2 + 3a^2 + 3a^2$
 - b. $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$
 - c. $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$
 - d. $a^2 + a^2 + a^2$
 - e. $a + a + a + a + a + a$
45. Una recta tiene pendiente $m = \frac{2}{3}$ y pasa por el punto $P(-3, 2)$.
La ecuación de dicha recta es _____.
- a. $2x + 3y + 12 = 0$
 - b. $2x - 3y = 0$
 - c. $2x - 3y + 12 = 0$
 - d. $2x - 3y + 9 = 0$
 - e. $2x - 3y + 3 = 0$

46. El resultado de la operación $(5a^3 - 6b^2 + 7c - 8) - (7a^2 + 3b^2 - 5c^2 + 9)$ es _____.
- $-2a - 9b^2 + 12c^3 - 17$
 - $5a^3 - 7a^2 - 9b^2 + 5c^2 + 7c - 17$
 - $5a^3 - 7a^2 + 9b^2 - 5c^2 + 7c + 17$
 - $2a + 9b^2 - 12c^3 + 17$
 - $35a^5 - 18b^4 - 35c^3 - 72$
47. La expresión $x + z^2 - 2ax - 2az^2$ es igual a _____.
- $(x - 2ax) - (z^2 - 2az^2)$
 - $(2a - 1)(x - z^2)$
 - $(1 - 2a)(x + z^2)$
 - $(x - z^2)(2a + 1)$
 - $(2ax - x) + (2az^2 - z^2)$
48. La expresión $a^2 + 2a(a - b) + (a - b)^2$ es igual a _____.
- $(2a - b^2)$
 - $(2a - b)^2$
 - $(2b - 2a^2)$
 - $(2b - 2a)^2$
 - $(b - 2a)^2$
49. El producto de $(x - 5)(x - 3)(x + 5)(x + 3)$ es igual a _____.
- $x^4 - 5x^3 - 24x^2 + 75x + 225$
 - $x^4 - 6x^3 - 16x^2 + 150x - 225$
 - $x^4 - 34x^2 + 225$
 - $x^4 - 10x^3 + 16x^2 + 90x - 225$
 - $x^4 - 16x^2 + 225$
50. Al calcular $\sqrt{(z + c)^2 - z^2}$ se obtiene _____.
- $\sqrt{2zc + c^2}$
 - $z(2z + c)$
 - $c - z$
 - $\sqrt{c^2 - z^2}$
 - $\sqrt{2zc} + c$
51. El término faltante, para que la expresión $9a^2 + 12ab^3$ pueda escribirse como el cuadrado de un binomio, es _____.
- $2b^3$
 - $3b^6$
 - $4b^6$
 - b^2
 - $2b^2$

52. Al desarrollar el producto notable $(2x + y)^3$, el resultado que se obtiene es _____.

- a. $x^3 + 2x^2y + 9xy^2 + y^3$
- b. $4x^2 + 20x + 25x^2$
- c. $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$
- d. $2x^3 + 4x^2y + 3xy^2 + y^3$
- e. $x^3 + 12x^2 + 6xy^2 + y^3$

53. La expresión $\frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 + 5x - 6}$ es igual a _____.

- a. $\frac{(x - 1)(x + 7)}{(x - 6)(x + 1)}$
- b. $\frac{(x + 1)(x + 6)}{(x - 6)(x - 1)}$
- c. $\frac{(x + 1)(x - 7)}{(x + 6)(x - 1)}$
- d. $\frac{(x + 1)(x - 7)}{(x - 6)(x - 1)}$
- e. $\frac{(x + 1)(x - 7)}{(x + 6)(x + 1)}$

54. Si factorizamos la expresión algebraica $8x^2 - 2y^2 + 24x + 18$, obtenemos _____.

- a. $2(2x + 3 + y)^2$
- b. $2(x + 3 + y)(4x + 3 - y)$
- c. $2(2x + 3 - y)^2$
- d. $2(2x + 3)^2 - y^2$
- e. $2(2x + 3 + y)(2x + 3 - y)$

55. Al factorizar $36a^2 - 4b^2$, se obtiene _____.

- a. $(6a - 2b)(6a + 2b)$
- b. $(6a - 2b)^2$
- c. $(36a + 4b)(a - b)$
- d. $(6a + 2b)^2$
- e. $(36a - 4b)(a + b)$

56. La expresión $\frac{-10x^4y + 20x^2y}{2x^2 - 4}$ es igual a _____.

- a. $-5x^2y$
- b. $10x^2y$
- c. $10x^6y^2$
- d. $5x^2y^2$
- e. $-10x^4y$

57. Al simplificar la fracción $\left(\frac{18a^2bc^3}{2ac^5}\right)$, se obtiene _____.

a. $9\frac{abc}{c^2}$

b. $9\frac{a^2}{c^2}$

c. $18\frac{ab}{c^2}$

d. $18\frac{a^2b}{c^2}$

e. $9\frac{ab}{c^2}$

58. Al racionalizar la expresión $\frac{5}{\sqrt[3]{2x^2}}$, se obtiene _____.

a. $\frac{5\sqrt{(2x^2)^3}}{\sqrt{2x^2}}$

b. $\frac{5\sqrt{2x^2}}{2x^2}$

c. $\frac{5\sqrt[3]{4x^4}}{2x^2}$

d. $\frac{5\sqrt[3]{2x^4}}{2x^2}$

e. $\frac{5\sqrt[3]{2x^2}}{2x^2}$

59. Al simplificar la expresión $\frac{x^3 - 25x}{5x - x^2}$, se obtiene _____.

a. $-(x - 5)$

b. $x - 5$

c. $-(x + 5)$

d. $5x - 1$

e. $5x + 1$

60. El valor de x en la ecuación $\frac{x-b}{x-a} = \frac{x-2}{b+x}$ es _____.

a. $x = \frac{b^2 - 2a}{2a}$

b. $x = \frac{b^2 - 2a}{-2 - b}$

c. $x = \frac{-b^2 - 2a}{2 - a}$

d. $x = \frac{-b^2 - 2a}{-2 - a}$

e. $x = \frac{-b^2 - 2a}{2b}$

61. Al despejar x de la expresión $b(x - 3)^{-1} = 1$, se obtiene _____.

a. $x = \frac{1}{b^2} + 3$

b. $x = \frac{1}{b} + 3$

c. $x = \frac{1 - b}{3}$

d. $x = \frac{1}{b - 3}$

e. $x = b + 3$

62. El valor de y que resuelve la ecuación $3(y - 4) = 12(y + 5)$ es _____.

a. -4

b. -8

c. 8

d. -5

e. 4

63. Los valores x, y que resuelven el sistema de ecuaciones lineales

$$2x - 8y = -22;$$

$$3x + 2y = 9;$$

son _____, _____.

a. $x = -1, y = -3$

b. $x = 3, y = -1$

c. $x = 1, y = 3$

d. $x = 3, y = 1$

e. $x = 2, y = 3$

64. Los valores de x que satisfacen la ecuación $10x^2 + 13x = 3$ son _____.

a. $x_1 = -\frac{1}{5}, x_2 = \frac{3}{2}$

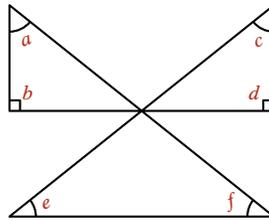
b. $x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = -\frac{3}{2}$

c. $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{5}$

d. $x_1 = -\frac{1}{5}, x_2 = -\frac{3}{2}$

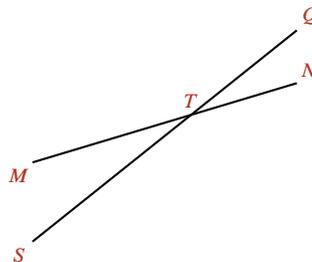
e. $x_1 = 1, x_2 = -\frac{3}{2}$

65. La suma de los ángulos indicados en la figura es _____.



- a. 270°
- b. 420°
- c. 360°
- d. 540°
- e. 640°

66. En la figura, dos ángulos opuestos por el vértice son _____ y _____.

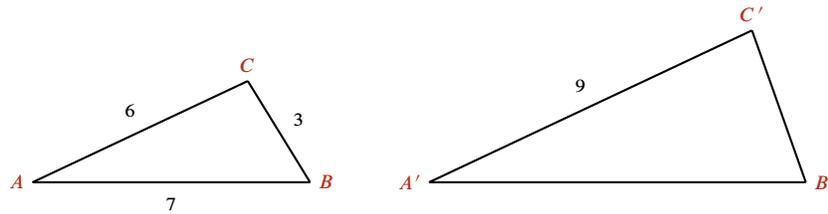


- a. $\angle NTS$ y $\angle STM$
- b. $\angle MTS$ y $\angle STN$
- c. $\angle MTN$ y $\angle NTQ$
- d. $\angle MTN$ y $\angle NTS$
- e. $\angle MTS$ y $\angle QTN$

67. El ángulo distinto de un triángulo isósceles mide 40° , ¿cuánto miden cada uno de sus otros dos ángulos?

- a. 20°
- b. 70°
- c. 60°
- d. 45°
- e. 30°

68. Considerando los triángulos con las dimensiones indicadas en la figura y con $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$,



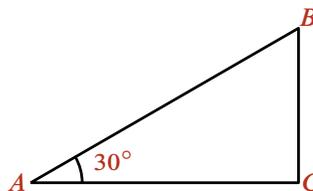
las longitudes de los lados $\overline{A'B'}$ y $\overline{C'B'}$ son _____, _____.

- a. $\overline{A'B'} = \frac{21}{2}$, $\overline{C'B'} = \frac{7}{2}$
 b. $\overline{A'B'} = 21$, $\overline{C'B'} = 18$
 c. $\overline{A'B'} = \frac{21}{2}$, $\overline{C'B'} = \frac{9}{2}$
 d. $\overline{A'B'} = \frac{27}{7}$, $\overline{C'B'} = \frac{63}{7}$
 e. $\overline{A'B'} = \frac{21}{2}$, $\overline{C'B'} = \frac{2}{9}$

69. Si los catetos de un triángulo miden 3 m y 4 m, el valor de la hipotenusa es _____.

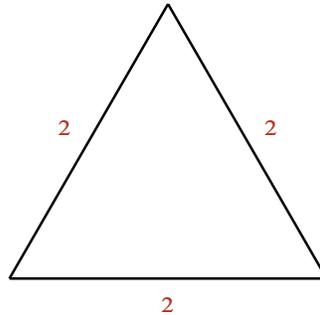
- a. 9 m
 b. 12 m
 c. 25 m
 d. 16 m
 e. 5 m

70. Determina el valor del ángulo A en radianes:



- a. $\frac{\pi}{3}$
 b. $\frac{\pi}{6}$
 c. $\frac{\pi}{12}$
 d. 30π
 e. π

71. Utiliza la siguiente figura para obtener el valor de $\sin 60^\circ$.



a. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

b. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

c. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

e. $\frac{\sqrt{3}}{1}$

72. Si $\sec \theta = \frac{5}{3}$, entonces $\tan \theta =$ _____.

a. $\frac{5}{4}$

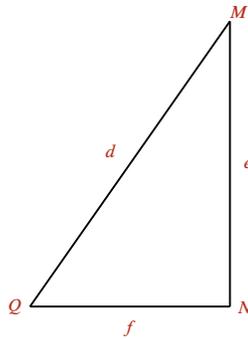
b. $\frac{4}{5}$

c. $\frac{3}{4}$

d. $\frac{5}{4}$

e. $\frac{4}{3}$

Considera el triángulo de la figura y responde a las dos preguntas que aparecen a continuación.



73. Para conocer el valor de d , la operación es _____.

(Figura anterior.)

a. $d = \frac{e}{\csc Q}$

b. $d = \frac{e}{\tan Q}$

c. $d = \frac{e}{\cot Q}$

d. $d = \frac{e}{\text{sen } Q}$

e. $d = \frac{e}{\cos Q}$

74. La operación que da por resultado el valor de f es _____.

(Figura anterior.)

a. $f = e(\cos Q)$

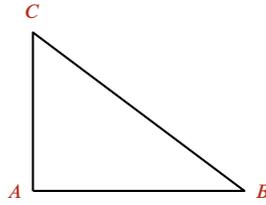
b. $f = e(\cot Q)$

c. $f = e(\tan Q)$

d. $f = e(\sec Q)$

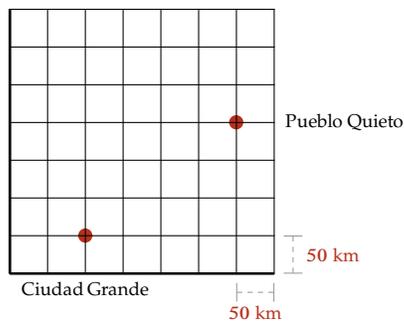
e. $f = e(\text{sen } Q)$

75. Si en la siguiente figura $\text{sen } B = \frac{3}{5}$, entonces el valor de $\text{cos } B$ es _____.



- a. $\frac{5}{3}$
- b. $\frac{3}{4}$
- c. $\frac{3}{5}$
- d. $\frac{4}{5}$
- e. $\frac{5}{4}$

76. De acuerdo con la gráfica siguiente, la distancia en kilómetros entre Pueblo Quieto y Ciudad Grande es _____.



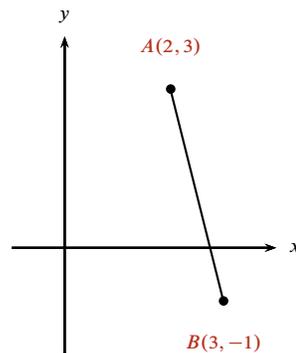
- a. 300
- b. 150
- c. 200
- d. 250
- e. 350

77. La distancia entre los puntos $(3, 4)$ y $(6, 8)$ es _____.

- a. 3
- b. 10
- c. 21
- d. 5
- e. 7

78. Un lote rectangular tiene A m² de área. Si el largo del lote fuera 2 m más y el ancho 3 m más, el área sería 35 m² mayor que A . Por otro lado, si el largo fuera 2 m menos y el ancho 2 m más, el área sería la misma A m². El largo ℓ del lote es _____.
- a. $\ell = 7.5$ m
 - b. $\ell = 5$ m
 - c. $\ell = 5.5$ m
 - d. $\ell = 4.6$ m
 - e. $\ell = 6.6$ m

79. Determina las coordenadas del punto medio del segmento de recta que une los puntos $A(2, 3)$ y $B(3, -1)$, que se muestran en la figura.



- a. $(2, -1)$
 - b. $\left(\frac{5}{2}, 1\right)$
 - c. $(2, 1)$
 - d. $\left(1, \frac{5}{2}\right)$
 - e. $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$
80. De las siguientes ecuaciones, selecciona aquellas que representen rectas paralelas entre sí.

1. $y = \frac{5}{3}x + 1$
2. $y = \frac{3}{5}x + 2$
3. $y = -\frac{3}{5}x + 3$
4. $y = \frac{5}{3}x + 4$
5. $y = -\frac{5}{3}x + 5$

- a. 1 y 4
- b. 1 y 2
- c. 3 y 4
- d. 2 y 5
- e. 2 y 3

81. Una parábola tiene su vértice en el punto $V(2, -1)$ y su foco en el punto $F(2, 3)$.

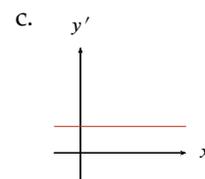
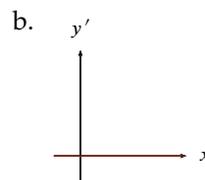
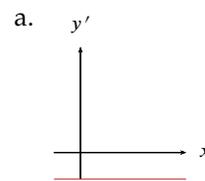
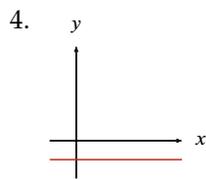
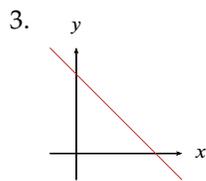
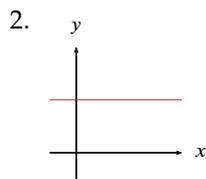
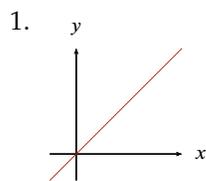
Su ecuación es _____.

- a. $y^2 - 2y - 16x + 33 = 0$
- b. $x^2 - 4x + 16y + 20 = 0$
- c. $y^2 + 2y + 16x - 31 = 0$
- d. $x^2 - 4x - 16y - 12 = 0$
- e. $x^2 - 4x - 16y + 20 = 0$

82. La derivada con respecto a x de la función $y = 3x^4 - 2x^3 + x^2 - 9$ es _____.

- a. $12x^3 - 6x^2 + 2x$
- b. $-12x^3 + 6x^2 - 2x$
- c. $12x^3 - 6x^2 + 2x - 9$
- d. $-3x^3 + 2x^2 - 2$
- e. $4x^3 - 3x^2 + 2x$

83. Relaciona cada una de las gráficas $y(x)$ de la columna izquierda con la gráfica de su correspondiente derivada (dy/dx) de la columna derecha.



- a. 1: a; 2: b; 3: a; 4: b
- b. 1: a; 2: b; 3: c; 4: b
- c. 1: c; 2: c; 3: a; 4: b
- d. 1: c; 2: b; 3: a; 4: b
- e. 1: b; 2: c; 3: a; 4: b

84. Asocia las siguientes cantidades físicas con las unidades correspondientes.

- | | |
|----------------|------------|
| 1. Resistencia | a. Volt |
| 2. Carga | b. Ohm |
| 3. Corriente | c. Coulomb |
| | d. Ampere |
| | e. Joule |

- a. 1: d; 2: b; 3: c
b. 1: d; 2: b; 3: e
c. 1: b; 2: c; 3: d
d. 1: e; 2: d; 3: e
e. 1: b; 2: c; 3: a

85. ¿Cuáles de las siguientes cantidades son vectoriales?

- a. Fuerza, tiempo
b. Trabajo, fuerza
c. Energía, fuerza
d. Velocidad, aceleración
e. Masa, energía

86. Si una milla equivale a 1.5 km aproximadamente, la rapidez en km/h de un cuerpo que se mueve con rapidez de 50 millas por hora es _____.

- a. 75
b. 50
c. 100
d. 150
e. 200

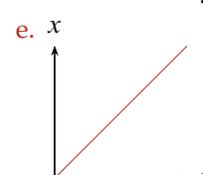
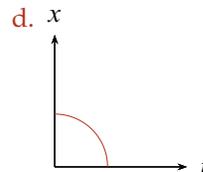
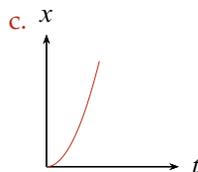
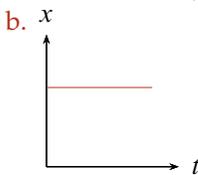
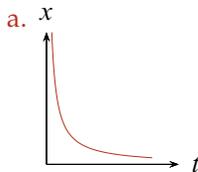
87. Un objeto cambia su velocidad de 8 m/s a 16 m/s en 4 segundos (s); si la magnitud de la fuerza aplicada es 10 N, la masa del objeto es de _____.

- a. 1.66 kg
b. 5 kg
c. 20 kg
d. 0.2 kg
e. 0.8 kg

88. Un cuerpo recorre una distancia de 6 cm en los primeros 3 s y una distancia de 20 cm en los 10 s siguientes. El cuerpo se mueve con _____.

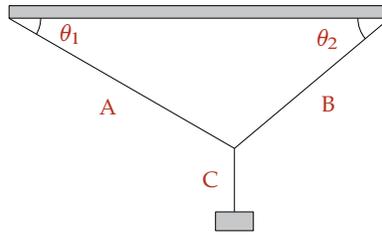
- a. velocidad constante
b. movimiento al azar
c. movimiento uniformemente acelerado
d. una aceleración de 2 cm/s^2
e. velocidad variable

89. Jaime se dirige a casa de Ana que vive a 222.5 km; durante su viaje mantiene una velocidad promedio de 70 km/h. Ana sale a su encuentro 45 minutos (min) después y viaja a una velocidad de 100 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda Jaime en encontrar a Ana?
- 1 h 45 min
 - 1 h 35 min
 - 1 h
 - 1 h 25 min
 - 1 h 55 min
90. Un objeto de 1 kg de masa se deja caer libremente desde un puente; después de un cierto tiempo su velocidad es de 12 m/s. Otro objeto del doble de masa se deja caer en las mismas circunstancias, ¿cuál es su velocidad después de haber transcurrido el mismo tiempo?
- 6 m/s
 - 24 m/s
 - 12 m/s
 - 9.8 m/s
 - 36 m/s
91. ¿Cuál o cuáles de los siguientes ejemplos representan un movimiento rectilíneo?
- Caída libre
 - El movimiento de un proyectil
 - El movimiento de un péndulo
- 2
 - 1 y 3
 - 2 y 3
 - 1
 - 3
92. Si un cuerpo se mueve con velocidad constante, la gráfica de la distancia recorrida x en función del tiempo es _____.



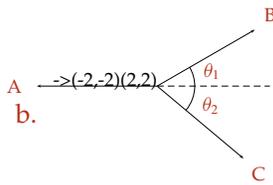
93. Considerando que $1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$, ¿cuál es el equivalente en joules de 100 kcal?
- a. 4.18×10^3
 - b. 4.18×10^2
 - c. 4.18×10^{-5}
 - d. 4.18×10^{-3}
 - e. 4.18×10^5
94. Un elevador de 500 kg de masa está suspendido de un cable de acero.
¿Cuál es la tensión sobre el cable para que el elevador permanezca en reposo?
(Considera $g = 10 \text{ m/s}^2$ y el sentido positivo hacia abajo.)
- a. $-1\,000 \text{ N}$
 - b. -510 N
 - c. 500 N
 - d. $1\,000 \text{ N}$
 - e. $-5\,000 \text{ N}$
95. Un elevador de 500 kg de masa está suspendido de un cable de acero.
¿Cuál es la tensión sobre el cable para que el elevador tenga movimiento rectilíneo uniforme?
(Considera $g = 10 \text{ m/s}^2$ y el sentido positivo hacia abajo.)
- a. 510 N
 - b. $1\,000 \text{ N}$
 - c. -510 N
 - d. $-5\,000 \text{ N}$
 - e. $4\,000 \text{ N}$
96. Un elevador de 500 kg de masa está suspendido de un cable de acero.
¿Cuál es la tensión de la cuerda si el elevador sube con una aceleración de 5 m/s^2 ?
(Considera $g = 10 \text{ m/s}^2$ y el sentido positivo hacia abajo.)
- a. $-5\,000 \text{ N}$
 - b. $5\,000 \text{ N}$
 - c. $-7\,500 \text{ N}$
 - d. $4\,000 \text{ N}$
 - e. $2\,500 \text{ N}$

97. El diagrama de cuerpo libre del siguiente sistema es _____ .

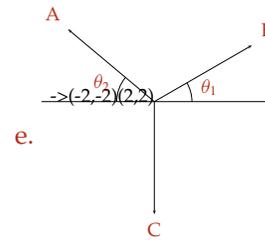


a.

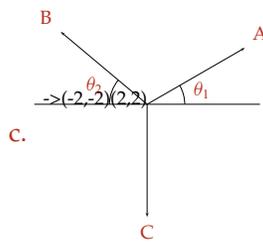
d.



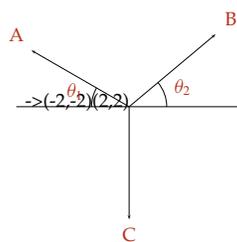
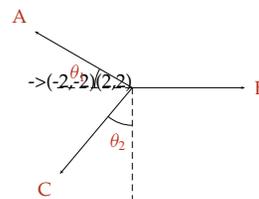
b.



e.



c.



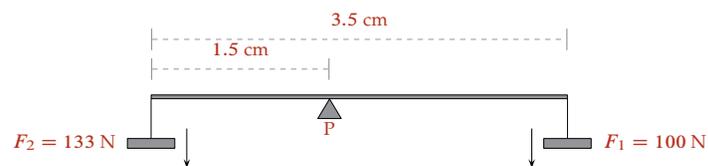
98. ¿Cuál es la resultante de una velocidad de 40 km/h y una velocidad de 60 km/h, si forman un ángulo de 40° entre sí?

- a. $\sqrt{1360}$ km/h
- b. $\sqrt{5200}$ km/h
- c. $\sqrt{2000}$ km/h
- d. $\sqrt{9040}$ km/h
- e. $\sqrt{100}$ km/h

99. Las partículas de masa $m_1 = 1$ kg y $m_2 = 3$ kg están separadas 4 cm. La posición del centro de masa se ubica a _____ de la masa m_1 .

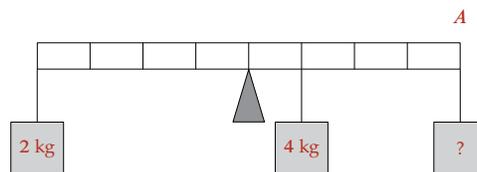
- a. 1 cm
- b. 2 cm
- c. 3 cm
- d. 4 cm
- e. 0 cm

100. Calcula el momento de la fuerza F_1 con respecto al pivote P .



- a. 4.65 Nm
- b. 3.5 Nm
- c. 20 Nm
- d. 35 Nm
- e. 2.0 Nm

101. ¿Qué masa debe colocarse en el punto A para mantener la barra de peso despreciable, en posición horizontal y en equilibrio?



- a. 4 kg
- b. 2.5 kg
- c. 8 kg
- d. 2 kg
- e. 1 kg

102. ¿Cuál es la masa de un objeto de cobre que tiene un volumen de 0.003 m^3 ?
(Considera la densidad del cobre como $9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.)
- 2.7 kg
 - 3 kg
 - 9 kg
 - 27 kg
 - 270 kg
103. Un objeto se carga eléctricamente debido a la proximidad de otro objeto que ya está cargado; esto sucede por _____.
- frotamiento
 - polarización
 - contacto
 - radiación
 - inducción
104. Un balón metálico se cuelga de un hilo aislante. Si se acerca un objeto de carga negativa, sin tocarlo, el balón se _____.
- carga por radiación
 - carga por conducción
 - carga por contacto
 - polariza
 - repele
105. La capacidad de conducción eléctrica de los metales se debe a su _____.
- estructura sólida
 - peso específico
 - densidad
 - estructura molecular
 - peso molecular
106. Si la distancia entre dos cargas eléctricas en reposo se reduce a la mitad, entonces la fuerza entre ellas es _____.
- $\frac{F}{4}$
 - $4F$
 - $2F$
 - $\frac{F}{2}$
 - F
107. Si la distancia entre dos cargas eléctricas en reposo se duplica, entonces la fuerza entre ellas se multiplica por _____.
- 0.50
 - 1.50
 - 4.0

d. 2.0

e. 0.25

108. Las sustancias puras se clasifican en _____.

a. compuestos y mezclas

b. compuestos y soluciones

c. elementos y soluciones

d. elementos y compuestos

e. elementos y mezclas

109. Selecciona los enunciados que describen correctamente las propiedades de los estados de la materia.

1. Los sólidos y los líquidos son fácilmente compresibles
2. Los gases tienen las densidades más altas de los tres estados de la materia
3. Los sólidos y los líquidos tienen volúmenes definidos, pero los gases no
4. Los sólidos tienen una estructura molecular más ordenada que los líquidos y los gases
5. A bajas temperaturas y altas presiones, se favorece la formación del estado sólido de la materia
6. Los líquidos y los gases tienen forma definida

- a. 3, 4, 6
- b. 1, 2, 3
- c. 1, 2, 4
- d. 3, 4, 5
- e. 2, 4, 5

110. La radiactividad es un fenómeno de _____.

- a. emisión electrónica
- b. desintegración electrónica
- c. emisión luminosa
- d. desintegración nuclear
- e. desintegración protónica

111. El neutrón es una partícula subatómica con carga eléctrica _____ y se encuentra _____.

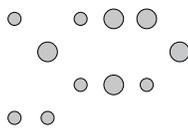
- a. positiva fuera del núcleo
- b. cero dentro del núcleo
- c. negativa dentro del núcleo
- d. positiva dentro del núcleo
- e. cero fuera del núcleo

112. La notación química de un isótopo de estaño (Sn) con 50 protones y 70 neutrones es _____.

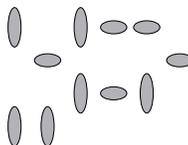
- a. ${}^{70}_{50}\text{Sn}$
- b. ${}^{70}_{20}\text{Sn}$
- c. ${}^{50}_{70}\text{Sn}$
- d. ${}^{120}_{50}\text{Sn}$
- e. ${}^{120}_{70}\text{Sn}$

113. Esquema que identifica mejor a un conjunto de moléculas de agua.

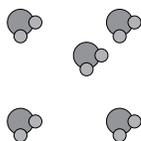
a.



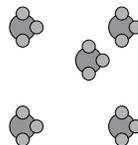
b.



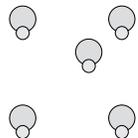
c.



d.



e.



114. Si la masa atómica del Al es 27 uma, la del O es 16 uma y la del H es 1 uma, entonces 1 mol de $\text{Al}(\text{OH})_3$ equivale a _____.

- a. 44 g
- b. 78 g
- c. 76 g
- d. 132 g
- e. 46 g

115. ¿Cuáles de los siguientes compuestos son iónicos?

- | | |
|-------------------------|-------|
| 1. LiCl | 4. HI |
| 2. H_2O | 5. CO |
| 3. KF | |

- a. 1, 3, 4
- b. 2, 4
- c. 1, 3
- d. 2, 5
- e. 1, 3, 5

116. El _____ es un compuesto covalente.

- a. MgO_2
- b. CaO_2
- c. CsCl
- d. CO_2
- e. KCl

117. Completa la siguiente reacción: $2\text{HCl} + \text{Ca}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{_____} + \text{_____}$.

- a. $\text{CaOH} + \text{ClOH}$
- b. $\text{Cl}(\text{OH})_2 + \text{CaH}$
- c. $\text{CaCl} + \text{H}_2\text{O}$
- d. $\text{CaCl}_2 + \text{OH}_2$
- e. $\text{CaCl}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$

Para las tres preguntas que aparecen a continuación, tener como base las siguientes reacciones y responder lo que se solicita

1. $3\text{Ca}(\text{OH})_2 + 2\text{H}_3\text{PO}_4 \rightarrow \text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 + 6\text{H}_2\text{O}$
2. $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 3\text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2 + 3\text{H}_2\text{O}$
3. $\text{I}_2\text{O}_5 + 5\text{CO} \rightarrow \text{I}_2 + 5\text{CO}_2$
4. $\text{Pb}(\text{OH})_4^{2-} + 2\text{ClO}^- \rightarrow 2\text{Cl}^- + \text{PbO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$
5. $\text{C}_3\text{H}_8 + 5\text{O}_2 \rightarrow 3\text{CO}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$
6. $\text{H}_2\text{S} + \text{Pb}(\text{OH})_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{PbS}$
7. $\text{CO}_3^{2-} + \text{H}_3\text{O}^+ \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{HCO}_3^-$

118. De las reacciones anteriores, ¿cuáles son de combustión?

- a. 2, 7
- b. 3, 7
- c. 2, 3
- d. 2, 5
- e. 3, 5

119. ¿Cuántas de las reacciones del listado anterior son reacciones ácido-base, según la definición de Brønsted-Lowry?

- a. 1
- b. 2
- c. 4
- d. 3
- e. 5

120. ¿En cuántas reacciones aparece el dióxido de carbono?

- a. 5
- b. 4
- c. 2
- d. 3
- e. 1

2. Soluciones

1. a	25. d	49. c	73. d	97. c
2. c	26. e	50. a	74. b	98. d
3. a	27. a	51. c	75. d	99. c
4. d	28. b	52. c	76. d	100. b
5. d	29. a	53. c	77. d	101. e
6. e	30. b	54. e	78. e	102. d
7. b	31. b	55. a	79. b	103. e
8. e	32. d	56. a	80. a	104. d
9. c	33. a	57. e	81. d	105. a
10. b	34. e	58. c	82. a	106. b
11. d	35. b	59. c	83. d	107. e
12. c	36. c	60. d	84. c	108. d
13. d	37. b	61. e	85. d	109. d
14. b	38. c	62. b	86. a	110. d
15. e	39. d	63. c	87. b	111. b
16. a	40. a	64. b	88. a	112. d
17. d	41. e	65. c	89. a	113. c
18. d	42. a	66. e	90. c	114. b
19. d	43. d	67. b	91. d	115. a
20. e	44. b	68. c	92. e	116. d
21. e	45. c	69. e	93. e	117. e
22. b	46. b	70. b	94. e	118. d
23. c	47. c	71. c	95. d	119. a
24. b	48. b	72. e	96. c	120. d

3. Desarrollos

1. ¿Cuál fue el fin de que los investigadores implantaran electrodos en el cerebro de los animales?

▼ La respuesta es (a)

Observemos que “comprobar que los animales realmente dormían” es la oración temática¹ porque contiene la información principal del párrafo, esto es, indica por qué los investigadores implantaron electrodos en el cerebro de los animales.

□

2. Si todos los animales vertebrados e invertebrados duermen, entonces _____.

▼ La respuesta es (c)

La afirmación: “la función del sueño es sumamente básica” es coherente² con la explicación desarrollada en el párrafo tercero del texto, referente al espectro de animales simples y complejos para los que dormir es una necesidad. Además es la parte final de la hipótesis³ que se enuncia así en el texto: “si todos los animales vertebrados e invertebrados simples duermen, la función que cumple el sueño es sumamente básica”.

□

3. La investigación sobre el sueño del acocil podrá _____ y _____.

1. ayudar a encontrar la razón por la que el ser humano duerme
2. contribuir a corregir algunos problemas debidos a la falta de sueño
3. arrojar datos sobre los periodos más prolongados que existen en la interrupción del sueño
4. fomentar el uso de otras especies para los experimentos científicos
5. comprobar que los invertebrados tienen serios trastornos de sueño

▼ La respuesta es (a)

La afirmación “La investigación sobre el sueño de acocil podrá ...” corresponde a la conclusión⁴ del texto, señalada por el marcador conclusivo⁵ *por lo tanto*, que se complementa por el sentido de las

1. Un párrafo es una unidad de contenido en el texto; se estructura a partir de una **oración temática** (OT) y las *oraciones de apoyo* (OA). La OT contiene la información principal, en tanto que las OA contienen información que desarrolla, explica y describe lo que enuncia la OT.

Generalmente la OT se ubica al principio o al final del párrafo, rara vez va en posición intermedia.

A continuación aparece el párrafo con la oración temática en negritas y las OA en letra cursiva:

Para comprobar que los animales realmente dormían, *los investigadores implantaron electrodos en el cerebro de algunos acociles y registraron su actividad eléctrica. Y, en efecto, mientras los animales flotaban, su electroencefalograma semejava al de las llamadas ondas delta que son características de la fase de sueño profundo de los mamíferos.*

2. La coherencia es la calidad de conexión de las ideas de un texto.

3. La hipótesis es una suposición, una conjetura sobre el fenómeno que se estudia. Es una predicción que se integra con las variables consideradas en la investigación. La hipótesis puede surgir de la teoría o de la observación empírica.

4. La conclusión es la parte final de algunos textos en la que se hacen las consideraciones finales o deducciones de lo que se ha expuesto, explicado o argumentado en el texto.

5. En la lengua existen palabras que señalan la función conclusiva y se denominan marcadores conclusivos o de conclusión. Ejemplo de éstos son: por lo tanto, entonces, de ahí, en suma, etcétera.

expresiones: “ayudar a encontrar la razón por la que el ser humano duerme” y “contribuir a corregir algunos problemas debidos a la falta de sueño”. Es la conclusión que el investigador enuncia al final del texto.

□

4. El cambio de actividad eléctrica en el cerebro del acocil indica que éste tiene _____.

▼ La respuesta es (d)

El acocil tiene periodos de sueño verdadero porque así lo demuestra⁶ o explica⁷ el cambio de actividad eléctrica de su cerebro.

□

5. Indica cuáles de las siguientes palabras son graves.

- | | |
|---------------|------------|
| a. Musica | f. Interes |
| b. Util | g. Nectar |
| c. Angel | h. Barbaro |
| d. Antes | i. Techo |
| e. Esplendido | j. Halcon |

▼ La respuesta es (d)

Las palabras graves⁸ son Útil. Ángel. Antes. Néctar. Techo.

□

6. En los siguientes enunciados hemos escrito algunas palabras en color. Indica si la letra faltante es **b** o bien **v**.

▼ La respuesta es (e)

Correr descalza

Corro descalza hacia donde empieza el horizonte.

Llorando, pues el miedo me arranca el corazón.

Ya he olvidado⁹ todos los colores, esa carrera mía es invisible.¹⁰

La Luna, vuelta¹¹ encima de mi cabeza,¹²

donde tú has provocado¹³ un eclipse.

6. La demostración es la comprobación, por hechos ciertos o experimentos repetidos, de un principio o de una teoría.
7. La explicación es una de las funciones comunicativas más importantes del texto científico, expone las causas y efectos de los fenómenos; también puede referirse a los problemas y soluciones que ocurren en los distintos campos de la ciencia. Existen palabras denominadas marcadores explicativos o causales que sirven para generar explicaciones, tales como: porque, debido a, a causa de, en razón de, pues, etcétera.
8. Las palabras cuya sílaba tónica es la última se llaman agudas y llevan acento ortográfico cuando terminan en n, s, o vocal. Se llama sílaba tónica a la que tiene la fuerza de la pronunciación en una palabra. Se conocen como graves las palabras cuya sílaba tónica es la penúltima y llevan acento ortográfico cuando terminan en cualquier consonante, que no sea n, ni s. Las que se acentúan en la antepenúltima sílaba son palabras esdrújulas y siempre llevan acento ortográfico.
9. Se escribe v después de b, d, n, y de la sílaba ol. Ejemplos: obvio, advertir, envidia y olvidadizo.
10. De acuerdo con la regla anterior, otros ejemplos son: envidia, invencible, anverso, enviado.
11. Se escriben con v, las palabras que empiezan con la sílaba vuel: vuelo, vuelco, vuelto.
12. Se escriben con b las palabras que inicien con ca, car y ce: cabildo, carbón, cebú. Excepciones: caviar, caverna, cavidad, cavar.
13. Se escriben con v las palabras que empiezan con las sílabas lla, lle, llu, pre, pri, pro y pol: llave, llevar, lluvia, prevalecer, privado, provocador, polvera. Excepciones: problema, prebenda, probidad, probable.

Quiero volver¹⁴ a ver las estrellas y disfrutar de ese intenso color.
 He de cambiar¹⁵ mi ruta, ver el camino más ancho;
 aunque tú no estés a mi lado...
 Y volver con una sonrisa. Vivir¹⁶ el aire de la distancia,
 buscar¹⁷ mi norte.
 Sentir el Sol a la cara, olvidarme de todo por un rato... pero sonriendo.



7. Ordena los diez enunciados siguientes para que se forme un texto coherente y con sentido.

Surgió súbitamente en el

1. y venía armado.
2. y en vez de quitarle la vida
3. El primer impulso de ella fue salir corriendo.
4. los ojos de ambos se encontraron
5. “Si la iban a matar mejor que lo hicieran de frente”.
6. Entonces, en un instante mágico, eléctrico,
7. solitario sendero del parque.
8. Pero lo pensó mejor y decidió darle la cara:
9. él le entregó la suya para siempre.
10. Tenía un aspecto feroz

▼ La respuesta es (b)

Lo anterior debido a la actividad que debe realizar el lector.¹⁸

Surgió súbitamente en el
solitario sendero del parque.

Tenía un aspecto feroz
y venía armado.

El primer impulso de ella fue salir corriendo.
Pero lo pensó mejor y decidió darle la cara:

14. Se escriben con v las palabras que inician con la sílaba vol: volcán, voluble, voltear, volumen.
Excepciones: bol, bola, bolazo, bolero, boleta, boletín, boliche, bólico, bolsa, bolsillo y bolsista.

15. Después de m siempre se escribe b: ambulante, ámbar . . .

16. Vivir, hervir y servir, son excepciones a la regla que indica que los verbos terminados en bir, buir, y sus conjugaciones, se escriben con b.

17. Las palabras que comienzan con bur, bus y buz, se escriben con b: buró, buscar, buzo . . .

18. Cuando el lector empieza a leer, activa el conocimiento previo que tiene almacenado en su memoria y lo utiliza para interpretar la nueva información que el texto le presenta. A este fenómeno mental se le llama **inferencia**. Cuando el lector lee “Surgió...” infiere que algo apareció, que ese algo puede ser un objeto, un animal, una persona. Para esto utiliza el conocimiento que tiene del mundo y de lo que significan las palabras. Es precisamente el conocimiento del que dispone el lector y su relación con lo que lee, el motor que induce a la realización de inferencias.

La inferencia es un proceso de razonamiento de carácter inductivo–deductivo que ayuda a entender la lógica de los enunciados de un texto. A través de la inferencia, el lector interpreta los significados implícitos de los enunciados, poniéndolos en relación con el contexto comunicativo.

Por otro lado, es posible ordenar coherentemente el texto leído gracias a la lógica del discurso que organiza las acciones narradas por medio de **conectivos**: (y, si, entonces, pero), que indican conexión (y), suposición (si), tiempo (entonces), oposición (pero).

Los conectivos son elementos de relación entre las oraciones que integran los párrafos. Pueden expresar: adición, restricción, oposición, suposición, conclusión, etcétera.

“Si la iban a matar mejor que lo hicieran de frente”.

Entonces, en un instante mágico, eléctrico,

los ojos de ambos se encontraron

y en vez de quitarle la vida

él le entregó la suya para siempre.

□

8. ¿Cuáles de las siguientes palabras representan un barbarismo?

1. Hostal

2. Parking

3. Club

4. Exit

5. Suéter

6. Nailon

▼ La respuesta es (e)

Los barbarismos¹⁹ son: parking y exit.²⁰

□

9. ¿En qué tiempos están los verbos escritos en color en la siguiente oración?

Ella será culpable, diga lo que diga, así que castígala.

▼ La respuesta es (c)

En la oración “Ella será culpable, diga lo que diga”, el verbo ser está conjugado en futuro de indica-

19. El barbarismo es un vicio que va en contra de la propiedad del lenguaje. Consiste en la utilización inadecuada de voces extranjeras en una determinada lengua, cuando en su vocabulario hay una o más palabras que se refieren a la misma realidad. *Exit*, en lugar de salida, o *parking*, en vez de estacionamiento, son ejemplos de barbarismos.

20. Los neologismos son palabras cuyo uso en otra lengua distinta a la que pertenecen es válido debido a que no existe en ella una voz equivalente, ya que la mayoría de las veces se importa junto con la realidad a la que nombra. Es el caso, por ejemplo, de todos los términos referidos al campo cibernético como *e-mail*, *mouse*, *chip*, etc. En muchos casos las palabras se adaptan a la ortografía del español. Se castellanizan, como *suéter* y *nailon*.

tivo²¹ y el verbo decir en presente de subjuntivo.²² “Castígala” es un verbo en modo imperativo,²³ modo que sólo se conjuga en presente y en segunda persona, ya sea del singular o del plural.

□

10. En el siguiente cuadro, identifica las dos palabras que guarden la misma relación que la analogía presentada a la izquierda.

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
1. Francia-Europa	Colombia	Asia	París	País	Nación	América
2. Biberón-Vaso	Plástico	Bebé	Leche	Vidrio	Agua	Adulto
3. Cuello-Collar	Hombro	Dedo	Brazo	Uña	Pulsera	Mano

▼ La respuesta es (b)

Por analogía²⁴ continua

1. Francia es a Europa como Colombia es a América (relación parte–todo).
2. Biberón es a vaso como bebé es a adulto (relación de edad).

21. El modo indicativo, expresa las acciones como reales. En este caso se asegura que el sujeto “ella” será culpable:
- Presente (canto, cantas, canta, cantamos, cantan).
Pretérito perfecto compuesto, o antepresente (he cantado, has cantado, ha cantado, hemos cantado, han cantado).
 - Pretérito perfecto simple o pasado (canté, cantaste, cantó, cantamos, cantaron).
Pretérito anterior o antepretérito (hube cantado, hubiste cantado, hubo cantado, hubimos cantado, hubieron cantado).
 - Pretérito imperfecto o copretérito (cantaba, cantabas, cantaba, cantábamos, cantaban).
Pretérito pluscuamperfecto o antecopretérito (había cantado, habías cantado, había cantado, habíamos cantado, habían cantado).
 - Futuro imperfecto (cantaré, cantarás, cantará, cantaremos, cantarán).
Futuro perfecto o antefuturo (habré cantado, habrás cantado, habrá cantado, habremos cantado, habrán cantado).
 - Condicional imperfecto o pospretérito (cantaría, cantarías, cantaría, cantaríamos, cantarían).
Condicional perfecto o antepospretérito (habría cantado, habrías cantado, habría cantado, habríamos cantado, habrían cantado).
22. El modo subjuntivo, manifiesta acciones como posibles o deseadas. En el caso de la oración correspondiente al ejercicio, se piensa que “ella” puede decir algo:
- Presente (cante, cantes, cante, cantemos, canten).
Pretérito perfecto o antepresente (haya cantado, hayas cantado, haya cantado, hayamos cantado, hayan cantado).
 - Pretérito imperfecto o pasado (cantara o cantase, cantaras o cantases, cantara o cantase, cantáramos o cantásemos, cantaran o cantasen).
Pretérito pluscuamperfecto o antepretérito (hubiera o hubiese cantado, hubieras o hubieses cantado, hubiera o hubiese cantado, hubiéramos o hubiésemos cantado, hubieran o hubiesen cantado).
 - Futuro imperfecto (cantare, cantares, cantare, cantáremos, cantaren).
Futuro perfecto o antefuturo (hubiere cantado, hubieres cantado, hubiere cantado, hubiéremos cantado, hubieren cantado).
- El futuro de subjuntivo es un tiempo en desuso.
23. El modo imperativo denota mandato, exhortación, ruego o disuación:
- Canta (tú).
 - Cante (usted).
 - Canten (ustedes).
24. La analogía es una clase de razonamiento donde se trata de discernir la relación que existe entre dos palabras. Hay tres tipos de relaciones básicas en las analogías: de sinonimia, antonimia y de relación lógica. Las analogías continuas son parejas de palabras que guardan relación por su significado con otra pareja de palabras: verde es a hierba como amarillo es a plátano. La relación de sinonimia consiste en la semejanza de significado entre dos palabras: limpio–pulcro; caro–costoso; deleznable–inconsistente. La relación de antonimia expresa la oposición del significado de dos vocablos: alto–bajo; escaso–abundante; lleno–vacío. La relación lógica puede darse por funcionalidad, proximidad, por la relación todo–parte.

3. Cuello es a collar como brazo es a pulsera (relación anatómica cultural). □

11. Si la regla es que “todos los médicos son inteligentes”, entonces es verdad que _____.

▼ La respuesta es (d)

La regla “todos los médicos son inteligentes” contiene una premisa²⁵ universal y la regla es deductiva,²⁶ es decir, va de lo general a lo particular, por lo que hay que contrastarla con el resto de las premisas para examinar su validez.

- a. “algunos médicos no son personas inteligentes” la regla dice **todos** son inteligentes.
- b. “no hay otras personas inteligentes además de los médicos”, esto no lo **implica** la regla.
- c. “los médicos pueden ser inteligentes” la regla dice **son**, no pueden ser.
- d. “si Pedro no es inteligente y es médico, la regla es falsa”, es **coherente** con la regla dada.
- e. “las personas inteligentes son médicos”, los términos están **invertidos**.

□

12. Identifique la opción cuyos números no tienen la misma regularidad de las otras.

▼ La respuesta es (c)

En la opción **a.** se tiene lo siguiente:

$3 - 3 = 0$; $0 + 5 = 5$; $5 - 3 = 2$ y $2 + 5 = 7$; esto es, primero restamos 3, luego sumamos 5 y así sucesivamente.

En la opción **b.** se tiene que:

$4 - 3 = 1$; $1 + 5 = 6$; $6 - 3 = 3$ y $3 + 5 = 8$; de nuevo, primero restamos 3, luego sumamos 5 y así sucesivamente.

En la opción **c.** tenemos:

$0 + 3 = 3$; $3 + 5 = 8$; $8 - 3 = 5$ y $5 + 5 = 10$; es decir, primero sumamos 3, luego sumamos 5, después restamos 3, luego sumamos 5 y así sucesivamente.

En la opción **d.** se tiene que:

$7 - 3 = 4$; $4 + 5 = 9$; $9 - 3 = 6$ y $6 + 5 = 11$; de nuevo, primero restamos 3, luego sumamos 5 y así sucesivamente.

En la opción **e.** tenemos lo siguiente:

$5 - 3 = 2$; $2 + 5 = 7$; $7 - 3 = 4$ y $4 + 5 = 9$; de nuevo, primero restamos 3, luego sumamos 5 y así sucesivamente.

□

13. Antonio gana \$20.00 por hora; su jefe le ha pedido que trabaje horas extras; la cantidad que cobrará por cada una de éstas es el equivalente a dos horas y media de trabajo normal. ¿Cuánto ganará por cada hora extra?

▼ La respuesta es (d)

Antonio gana 20 pesos por hora.

25. La premisa es una expresión que afirma o niega algo. Tal expresión puede ser universal, cuando cubre un número grande de casos. También puede ser cada una de las primeras proposiciones del silogismo.

El silogismo es la unidad de la lógica formal que ordena y rige a un razonamiento válido. Está formado por dos premisas y una conclusión.

La lógica es la ciencia que estudia los procesos del pensamiento y los procedimientos que se utilizan en la adquisición del conocimiento científico, tanto teórico como experimental. Por consiguiente, la lógica analiza los elementos del pensamiento y las funciones que los enlazan, determina así su estructura y esclarece las leyes de su construcción.

26. Regla deductiva. Fórmula que indica cómo debe razonarse a partir de un caso general.

La mitad de ese pago por hora es $\frac{1}{2}20 = 10$ pesos por media hora.

Antonio cobrará por cada hora:

$$2 \times 20 + 10 = \$50.00.$$

□

14. Con \$100 se compraban 6 artículos A de \$10 cada uno y 8 artículos B de \$5 cada uno. Los precios cambian y ahora los artículos A valen \$12 y los B \$4, ¿cuántos artículos A y B se pueden comprar con los mismos \$100 asignando, para A y para B , la misma cantidad de dinero usada antes del cambio?

▼ La respuesta es (b)

Cuando se compraban 6 artículos de A a \$10 cada uno, se gastaban \$60 de los \$100. Cuando se compraban 8 artículos de B a \$5 cada uno, se gastaban \$40 de los \$100.

Si se tiene que asignar la misma parte de dinero antes del cambio de precios, se tienen que asignar \$60 para comprar los artículos A a \$12 y \$40 para comprar los artículos B a \$4.

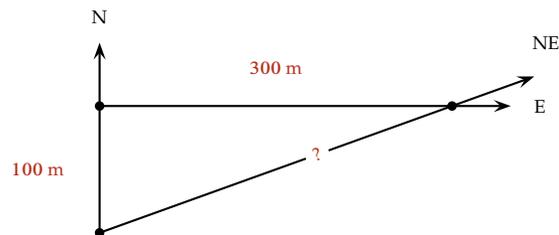
Si N_A representa el número de artículos de A , entonces $(N_A)(12) = 60$, y despejando N_A se obtiene $N_A = 5$.

Si N_B representa el número de artículos de B , entonces $(N_B)(4) = 40$ y despejando N_B se obtiene $N_B = 10$.

Se concluye que con los mismos \$100, asignando para cada artículo la misma parte de dinero antes del cambio de precios se pueden comprar 5 artículos A y 10 artículos B .

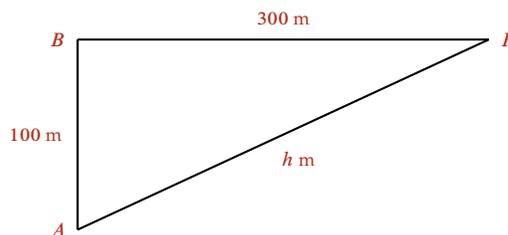
□

15. Una persona camina 100 m al Norte y después 300 m al Este para llegar a un punto deseado. ¿Qué distancia aproximada ahorraría si hubiera caminado directamente hacia el Noreste?



▼ La respuesta es (e)

Consideramos un triángulo rectángulo con vértices A , B y P .



Aplicamos el teorema de Pitágoras²⁷ y aseguramos que:

$$h^2 = (100)^2 + (300)^2 = 10\,000 + 90\,000 = 100\,000.$$

Luego: $h = \sqrt{100\,000} = 316.2$.

Entonces, caminando directamente hacia el Noreste la persona recorrería 316.2 m, y se ahorraría $(400 - 316.2)$ m = 83.8 m; es decir, entre 80 y 85 metros.

□

16. ¿En qué periodo se duplicó la población masculina?

▼ La respuesta es (a)

Los datos de la gráfica para la población masculina son (en millones de personas):

En 1960, 2.5

En 1970, 2.5

En 1980, 5

En 1990, 5

En 2000, 12

Vemos entonces que la población masculina se duplicó en el periodo 1970 – 1980.

□

17. ¿En qué porcentaje se incrementó la población total en el periodo 1990 – 2000?

▼ La respuesta es (d)

La población total paso de 22.5 millones a 34 millones, por lo que hubo un incremento de 11.5 millones. Luego, el porcentaje en que se incrementó la población fue

$$\left(\frac{11.5}{22.5}\right) 100\% = (0.5111)100\% = 51.11\%.$$

Porcentaje que está entre 50% y 60%.

□

18. En el periodo de 1980 – 1990, se puede decir que la población femenina _____.

▼ La respuesta es (d)

Observando la gráfica en el intervalo de 1980 a 1990, notamos que la población femenina fue de 15 en 1980 y de 17.5 en 1990. Por lo tanto, dicha población se incrementó entre 1980 y 1990.

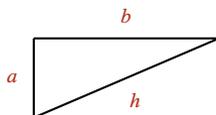
□

19. ¿Cuántos millones de personas aproximadamente conformaban la población económicamente activa total en el año 2000?

▼ La respuesta es (d)

27. El teorema de Pitágoras asegura que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Es decir, $(\text{hipotenusa } h)^2 = (\text{cateto } a)^2 + (\text{cateto } b)^2$ o bien $h^2 = a^2 + b^2$.



De la gráfica se deduce que la población económicamente activa en 2000 es aproximadamente 34 millones.

Por lo tanto el rango se encuentra entre 32 y 35 millones de personas.

□

20. Si a es un número entero, ¿cómo se expresa la suma de a más los dos números enteros consecutivos mayores a él?

▼ La respuesta es (e)

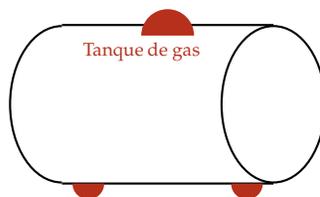
Considerando que a es un número entero, los dos números enteros consecutivos al número a y mayores que a son $(a + 1)$ y $(a + 2)$.

La expresión que representa la suma del número a más los dos números consecutivos mayores a él es entonces:

$$a + (a + 1) + (a + 2).$$

□

21. Se requiere fabricar un tanque cilíndrico para almacenar gas, ¿cuál de los siguientes datos es suficiente para efectuar la compra del material necesario?

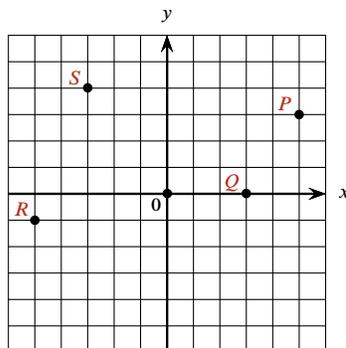


▼ La respuesta es (e)

Considerando que el tanque será fabricado con un cierto material, el grosor de éste ya no es una variable que deba ser tomada en cuenta. Entonces, para comprar el material necesario es suficiente con calcular el área²⁸ del tanque cilíndrico.

□

22. Identifica las coordenadas de los puntos P , Q , R , S .



28. Recordar que el área de un cilindro circular recto de radio r y altura h es igual al área de la base (πr^2), más el área de la tapa (πr^2), más el área lateral ($2\pi r h$). Esto es,

$$\text{Área} = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + 2\pi r h.$$

▼ La respuesta es (b)

Las coordenadas de los puntos son $P(5, 3)$,²⁹ $Q(3, 0)$,³⁰ $R(-5, -1)$,³¹ $S(-3, 4)$.³²

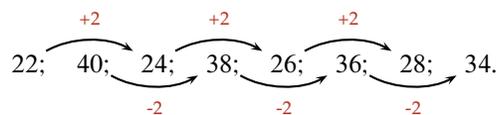
□

23. Elige la serie de números que tiene una secuencia similar a la que se muestra a continuación.

22; 40; 24; 38; 26; 36; 28; 34

▼ La respuesta es (c)

En la sucesión numérica dada 22; 40; 24; 38; 26; 36; 28; 34 observamos primero los números colocados en las posiciones impares y luego los números colocados en las posiciones pares. En la primera secuencia 22; 24; 26; 28 siempre se suma 2 para obtener el siguiente número y en la segunda secuencia 40; 38; 36; 34 siempre se resta 2 para obtener el número siguiente. Esto es,



Con esta idea analizamos las sucesiones numéricas dadas en las opciones. La opción c es similar.

□

24. El número que completa la sucesión es _____.

▼ La respuesta es (b)

Analizando la sucesión de números 7; 13; 25; ____; 97 y partiendo del primer número (7), notamos entre ellos la siguiente relación:

$$(7 \times 2) - 1 = 14 - 1 = 13, \text{ que es el segundo número,}$$

$$(13 \times 2) - 1 = 26 - 1 = 25, \text{ que es el tercer número,}$$

$$(25 \times 2) - 1 = 50 - 1 = 49, \text{ que no está en la sucesión,}$$

$$(49 \times 2) - 1 = 98 - 1 = 97, \text{ que es el último número.}$$

Por lo tanto, es 49 el número que falta en la sucesión.

□

29.

5 unidades positivas (a la derecha del cero) en el eje x ;
3 unidades positivas (arriba del eje x) en el eje y .

30.

3 unidades positivas (a la derecha del cero) en el eje x ;
0 unidades en el eje y .
El punto se encuentra sobre el eje x .

31.

5 unidades negativas (a la izquierda del cero) en el eje x ;
1 unidad negativa (debajo del eje x) en el eje y .

32.

3 unidades negativas (a la izquierda del cero) en el eje x ;
4 unidades positivas (arriba del eje x) en el eje y .

25. ¿Cuál es el algoritmo que define la sucesión?

▼ La respuesta es (d)

El algoritmo de la sucesión es $2n - 1$.

n		$2n - 1$		resultado
7	—	$2(7) - 1$	—	13
13	—	$2(13) - 1$	—	25
25	—	$2(25) - 1$	—	49
49	—	$2(49) - 1$	—	97

□

26. Utilizando razones y proporciones, el valor de x es _____.

3	12
8	x

▼ La respuesta es (e)

Una forma de obtener el resultado:

$$\frac{12}{3} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 32.$$

□

27. Del siguiente conjunto, el número _____ no es primo.

$$\{2, 3, 4, 7, 11, 13\}.$$

▼ La respuesta es (a)

Un número entero positivo $p \neq 1$ es primo cuando es divisible³³ solamente entre 1 y p .

Algunos ejemplos de números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 31.

Ya que 4 es divisible entre 2, entonces el número 4 no es primo.

□

28. Para cada propiedad de divisibilidad de la izquierda, selecciona todos los números de la derecha que la tengan.

Divisible entre 3	a. 30
Divisible entre 5	b. 35
	c. 40
Divisible entre 10	d. 45
	e. 60

33. Un número entero m es divisible entre otro número entero n cuando la división $\frac{m}{n}$ da como resultado un número entero.

▼ La respuesta es (b)

Los números divisibles entre 3^{34} son 30, 45 y 60.

Los números divisibles entre 5^{35} son 30, 35, 40, 45 y 60.

Los números divisibles entre 10^{36} son 30, 40 y 60.

□

29. El resultado de la operación $\frac{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}$ es _____.

▼ La respuesta es (a)

El ejercicio consiste de la resta de dos fracciones $\left[\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right]$ dividida entre otra fracción $\left[\frac{2}{3}\right]$. Para el cálculo se procede de la siguiente manera:

$$\frac{\frac{5}{6} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{5-3}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{38 \cdot \frac{(2)(3)}{(6)(2)}}{39} = \frac{3}{6} = \frac{39}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

□

30. $\frac{5}{6} + 1\frac{1}{4}$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (b)

Notamos que $1\frac{1}{4}$ es un número mixto, entonces se puede expresar como una fracción simple:

$$1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$$

Por lo tanto

$$\frac{5}{6} + 1\frac{1}{4} = \frac{5}{6} + \frac{5}{4} = \frac{40 \cdot \frac{2(5) + 3(5)}{12}}{12} = \frac{10 + 15}{12} = \frac{25}{12}$$

34. Un número es divisible entre 3 si la suma de sus dígitos es múltiplo de 3.

Por ejemplo, 45 es divisible entre 3 pues la suma de sus dígitos $4 + 5 = 9$.

Además 9 es múltiplo de 3, ya que $9 = 3 \cdot 3$.

35. Un número es divisible entre 5, si termina en 0 o bien en 5.

Por ejemplo, 45 es divisible entre 5, pues termina en 5.

36. Un número es divisible entre 10, si termina en 0.

Por ejemplo, 60 es divisible entre 10, pues termina en 0.

37. El mínimo común múltiplo de 6 y 2 es 6. Este valor se toma como común denominador:

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{5-3}{6}$$

38. Cuando se dividen 2 fracciones se multiplica la fracción del numerador por el inverso multiplicativo de la fracción del denominador:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

39. Una fracción se puede simplificar eliminando un factor común del numerador y del denominador:

$$\frac{3}{6} = \frac{\cancel{3} \cdot 1}{\cancel{3} \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

40. El mínimo común múltiplo (mcm) de 6 y 4 es 12.

Se tiene $6 = 3 \cdot 2$ y $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$.

Por lo tanto, $\text{mcm}(6, 4) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

El resultado es $\frac{5}{6} + 1\frac{1}{4} = \frac{25}{12}$.

□

31. El resultado de $\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{8}}{\frac{5}{2} - \frac{3}{4}}$ es _____.

▼ La respuesta es (b)

$$\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{8}}{\frac{5}{2} - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{2-1}{8}}{\frac{10-3}{4}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{4}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{56} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$$

□

32. $\frac{\frac{3}{8}}{-\frac{5}{7}}$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (d)

La expresión es una fracción donde tanto el numerador como el denominador son también fracciones. Para el cálculo de esta división se aplica la siguiente regla: se multiplica la fracción numerador por el recíproco de la fracción denominador

$$\frac{\frac{3}{8}}{-\frac{5}{7}} = \left(\frac{3}{8}\right) \left(-\frac{7}{5}\right) = -\frac{15}{56}$$

□

33. Se mezclan x litros (ℓ) de una solución que contiene 40% de sal, con 8 ℓ de otra solución que contiene 25% de sal. ¿Cuál es el valor de x , si la mezcla obtenida contiene un 30% de sal?

▼ La respuesta es (a)

Para determinar el valor de x , consideramos la cantidad de sal que hay en cada una de las soluciones y la mezcla formada.

Cantidad de sal en x litros de solución: 40% de x litros.

Cantidad de sal en 8 ℓ de solución: 25% de 8 ℓ .

Cantidad de sal en $(x + 8)$ ℓ de mezcla: 30% de $(x + 8)$ ℓ .

Tenemos entonces que:

$$\begin{aligned} 40\% \text{ de } x + 25\% \text{ de } 8 &= 30\% \text{ de } (x + 8) \Rightarrow (0.4)x + (0.25)8 = (0.3)(x + 8) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (0.4)x + 2 = (0.3)x + 2.4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (0.4)x - (0.3)x = 2.4 - 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (0.1)x = 0.4 \Rightarrow x = \frac{0.4}{0.1} = 4 \Rightarrow x = 4 \ell. \end{aligned}$$

□

41. Para dividir dos fracciones se multiplica la fracción numerador por el recíproco de la fracción denominador.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

34. El resultado de la suma algebraica $\frac{3}{10} - \frac{5}{12} + \frac{8}{15}$ es _____.

▼ La respuesta es (e)

Primero determinamos el mínimo común denominador, para lo cual descomponemos a los denominadores en sus factores primos

$$10 = 2 \cdot 5; \quad 12 = 2^2 \cdot 3; \quad 15 = 3 \cdot 5.$$

El mínimo común denominador es $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. Luego, efectuamos la suma algebraica de la siguiente manera:

$$\frac{3}{10} - \frac{5}{12} + \frac{8}{15} = \frac{6(3) - 5(5) + 4(8)}{60} = \frac{18 - 25 + 32}{60} = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}.$$

□

35. Si una joven usó $\frac{3}{5}$ de una madeja de lana para tejer la mitad de un suéter, ¿cuántas madejas necesitará para tejer el suéter completo?

▼ La respuesta es (b)

Si la joven usó $\frac{3}{5}$ de una madeja de lana en tejer la mitad de un suéter, tendrá que usar $\frac{3}{5}$ más para completar el suéter. En otras palabras, para tejer el suéter completo necesitará

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5}, \text{ es decir, } 1\frac{1}{5} \text{ (un entero un quinto).}$$

□

36. La siguiente fracción $\frac{(5)(2^{-3})}{(3)(4^{-2})}$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (c)

Para simplificar esta fracción, aplicamos la regla $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

$$\begin{aligned} \frac{(5)(2^{-3})}{(3)(4^{-2})} &= \frac{(5)\left(\frac{1}{2^3}\right)}{(3)\left(\frac{1}{4^2}\right)} = \frac{\left(\frac{5}{1}\right)\left(\frac{1}{8}\right)}{\left(\frac{3}{1}\right)\left(\frac{1}{16}\right)} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{16}} = \frac{(5)(16)}{(3)(8)} = \left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{16}{8}\right) = \\ &= \left(\frac{5}{3}\right)(2) = \left(\frac{5}{3}\right)\left(\frac{2}{1}\right) = \frac{10}{3}. \end{aligned}$$

Entonces, $\frac{(5)(2^{-3})}{(3)(4^{-2})} = \frac{10}{3}$.

□

37. El valor numérico de la expresión $\frac{4}{3}p^2q^3$, con $p = 2$ y con $q = 3$ es _____.

▼ La respuesta es (b)

Utilizando los valores $p = 2$ y $q = 3$ en la expresión $\frac{4}{3}p^2q^3$, obtenemos:

$$\frac{4}{3}(2)^2(3)^3 = \frac{4}{3} \cdot 4 \cdot 27 = 4 \cdot 4 \cdot 9 = 16 \cdot 9 = 144.$$

□

38. Carlos gastó \$1 900 al comprar un pantalón, una camisa, una corbata y un cinturón. El pantalón costó el doble que la corbata, la camisa costó \$150 más que el pantalón y el cinturón costó \$50 menos que la corbata. ¿Cuánto pagó Carlos por la camisa?

▼ La respuesta es (c)

Si suponemos que el costo de la corbata fue de x pesos, entonces el costo del pantalón fue de $2x$ pesos, el de la camisa $2x + 150$ y el del cinturón $x - 50$ pesos.

Como el gasto total fue de 1 900 pesos, entonces:

$$\begin{aligned} \text{Pantalón} + \text{camisa} + \text{corbata} + \text{cinturón} &= 1\,900 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2x + (2x + 150) + x + (x - 50) &= 1\,900 \Rightarrow \\ \Rightarrow 6x + 100 &= 1\,900 \Rightarrow 6x = 1\,900 - 100 = 1\,800 \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= \frac{1\,800}{6} = 300. \end{aligned}$$

Por lo tanto, el costo de cada prenda fue

$$\begin{aligned} \text{Corbata:} & \quad x = \$300; \\ \text{Pantalón:} & \quad 2x = \$600; \\ \text{Camisa:} & \quad 2x + 150 = \$750; \\ \text{Cinturón:} & \quad x - 50 = \$250. \end{aligned}$$

□

39. La expresión $a + (b - c) + 2a - (a + b)$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (d)

Para simplificar esta expresión algebraica, primero eliminamos paréntesis y luego reducimos términos semejantes.

$$\begin{aligned} a + (b - c) + 2a - (a + b) &= a + b - c + 2a - a - b = (a + 2a - a) + (b - b) - c = \\ &= 2a + 0 - c = 2a - c. \end{aligned}$$

El resultado es $2a - c$.

□

40. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas tiene como resultado $a + c$?

▼ La respuesta es (a)

Vamos a desarrollar cada una de las expresiones quitando paréntesis y reduciendo términos semejantes.

- $a + [(-2a + b) - (-a + b - c) + a] = a - 2a + b + a - b + c + a = a + c.$
- $a - [(-2a + b) - (-a + b - c) + a] = a + 2a - b - a + b - c - a = a - c.$
- $a + [(-2a + b) + (-a + b - c) + a] = a - 2a + b - a + b - c + a = -a + 2b - c.$
- $a + [(2a + b) - (a - b - c) - a] = a + 2a + b - a + b + c - a = a + 2b + c.$
- $a - [(-2a - b) - (-a + b - c) - a] = a + 2a + b - a + b - c + a = 3a + 2b - c.$

□

41. El resultado de la siguiente operación $(-4ax^2)^3$ es _____.

▼ La respuesta es (e)

$$(-4ax^2)^3 = {}^{42}(-4)^3(a)^3(x^2)^3 = {}^{43} - 64a^3x^6.$$

□

42. El resultado de $\left[\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-2}$ es _____.

▼ La respuesta es (a)

Aquí utilizamos solamente leyes de exponentes

$$\left[\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-2} = {}^{44}1\left(\frac{1}{8}\right)^{\left(\frac{1}{3}\right)(-2)} = \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{-2}{3}} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^{\frac{-2}{3}} = {}^{45}(2^{-3})^{\frac{-2}{3}} = {}^{46}1(2)^{(-3)\left(\frac{-2}{3}\right)} = (2)^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4.$$

Por lo tanto: $\left[\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-2} = 4.$

□

43. Si x es un número real y n, p son dos enteros positivos, entonces x^{n+p} es igual a _____.

▼ La respuesta es (d)

Por ley de exponentes se tiene:

$$x^{n+p} = x^n \cdot x^p.$$

□

44. De acuerdo con la ley de los exponentes, si a es un número real, entonces $(a^2)^3$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (b)

Tenemos que el término a^2 está elevado a la potencia 3.

En este ejercicio hay que recordar que para elevar una potencia a otra potencia se multiplican los exponentes, esto es:

$$(a^2)^3 = a^{(2 \times 3)} = a^6 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a.$$

□

42. La potencia de un producto es el producto de las potencias de los factores.
 $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r.$

43. Para elevar una potencia a otra potencia, se multiplican los exponentes.
 $(a^n)^m = a^{nm}.$

44. Véase nota 43.

45. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$

46. Véase nota 43.

45. Una recta tiene pendiente $m = \frac{2}{3}$ y pasa por el punto $P(-3, 2)$.

La ecuación de dicha recta es _____.

▼ La respuesta es (c)

La ecuación de la recta que pasa por el punto $P(x_1, y_1)$ con pendiente conocida m es:

$$y - y_1 = m(x - x_1).$$

En este caso se tiene que $m = \frac{2}{3}$ y que $P(x_1, y_1) = P(-3, 2)$. Entonces:

$$\begin{aligned} y - 2 &= \frac{2}{3}[x - (-3)] \Rightarrow 3(y - 2) = 2(x + 3) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3y - 6 = 2x + 6 \Rightarrow 2x + 6 - 3y + 6 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2x - 3y + 12 = 0. \end{aligned}$$

Por lo tanto la ecuación de la recta es $2x - 3y + 12 = 0$.

□

46. El resultado de la operación $(5a^3 - 6b^2 + 7c - 8) - (7a^2 + 3b^2 - 5c^2 + 9)$ es _____.

▼ La respuesta es (b)

Quitamos paréntesis y reducimos términos semejantes:

$$\begin{aligned} (5a^3 - 6b^2 + 7c - 8) - (7a^2 + 3b^2 - 5c^2 + 9) &= 5a^3 - 6b^2 + 7c - 8 - 7a^2 - 3b^2 + 5c^2 - 9 = \\ &= 5a^3 - 7a^2 - 9b^2 + 5c^2 + 7c - 17. \end{aligned}$$

□

47. La expresión $x + z^2 - 2ax - 2az^2$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (c)

La expresión $x + z^2 - 2ax - 2az^2$ es un polinomio de cuatro términos.

Se puede apreciar que $-2a$ es un factor común en el tercero y cuarto términos.

Factorizando $-2a$ de dichos términos, obtenemos:

$$x + z^2 - 2a(x + z^2).$$

Agrupando los dos primeros términos, nos queda la expresión:

$$(x + z^2) - 2a(x + z^2).$$

Notar que $(x + z^2)$ es un factor común en la expresión y que al factorizarlo queda:

$$(x + z^2)(1 - 2a).$$

Por lo tanto la expresión $x + z^2 - 2ax - 2az^2$ es igual a $(1 - 2a)(x + z^2)$.

□

48. La expresión $a^2 + 2a(a - b) + (a - b)^2$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (b)

Primero desarrollamos los productos indicados y luego simplificamos términos semejantes.

$$\begin{aligned} a^2 + 2a(a - b) + (a - b)^2 &= a^2 + 2a(a - b) + (a^2 - 2ab + b^2) = \\ &= a^2 + 2a^2 - 2ab + a^2 - 2ab + b^2 = \\ &= (a^2 + 2a^2 + a^2) + (-2ab - 2ab) + b^2 = \\ &= (4a^2) + (-4ab) + b^2 = 4a^2 - 4ab + b^2. \end{aligned}$$

Finalmente factorizamos este resultado, considerando que es un trinomio cuadrado perfecto.⁴⁷

$$4a^2 - 4ab + b^2 = (2a)^2 - 2(2a)(b) + (b)^2 = (2a - b)^2.$$

Por lo tanto, $a^2 + 2a(a - b) + (a - b)^2 = (2a - b)^2$.

Esta manera de llegar al resultado no es la única.⁴⁸

□

49. El producto de $(x - 5)(x - 3)(x + 5)(x + 3)$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (c)

Aplicamos reglas algebraicas conocidas:

$$\begin{aligned}(x - 5)(x - 3)(x + 5)(x + 3) &= {}^{49}(x - 5)(x + 5)(x - 3)(x + 3) = {}^{50}(x^2 - 25)(x^2 - 9) = {}^{51} \\ &= x^2(x^2 - 9) - 25(x^2 - 9) = x^4 - 9x^2 - 25x^2 + 225 = x^4 - 34x^2 + 225.\end{aligned}$$

□

50. Al calcular $\sqrt{(z + c)^2 - z^2}$ se obtiene _____.

▼ La respuesta es (a)

$$\sqrt{(z + c)^2 - z^2} = {}^{52}\sqrt{z^2 + 2zc + c^2 - z^2} = {}^{53}\sqrt{2zc + c^2}.$$

□

51. El término faltante, para que la expresión $9a^2 + 12ab^3$ pueda escribirse como el cuadrado de un binomio, es _____.

▼ La respuesta es (c)

La frase "cuadrado de un binomio" nos remite a las fórmulas:

$$(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 \quad \text{y} \quad (m - n)^2 = m^2 - 2mn + n^2.$$

Ahora, analizando la expresión $9a^2 + 12ab^3$, notamos que $9a^2 = 3^2a^2 = (3a)^2$,

y además que $12ab^3 = 2(6ab^3) = 2(3a)(2b^3)$.

Comparando m^2 con $(3a)^2$ así como $2mn$ con $2(3a)(2b^3)$, podemos considerar que $m = 3a$ y $n = 2b^3$.

Entonces, el cuadrado de un binomio relacionado con la expresión $9a^2 + 12ab^3$ es $(3a + 2b^3)^2$.

Además,

$$(3a + 2b^3)^2 = (3a)^2 + 2(3a)(2b^3) + (2b^3)^2 = 9a^2 + 12ab^3 + 4b^6.$$

Por lo tanto, el término faltante es $4b^6$.

□

47. Se denomina trinomio cuadrado perfecto al trinomio que resulta al desarrollar el cuadrado de un binomio.

Por ejemplo son trinomios cuadrados perfectos:

$$\begin{cases} (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2; \\ (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2. \end{cases}$$

48. Si recordamos que $(a + x)^2 = a^2 + 2ax + x^2$ y si $x = (a - b)$, entonces:

$$\begin{aligned}a^2 + 2a(a - b) + (a - b)^2 &= a^2 + 2ax + x^2 = [a + x]^2 = [a + (a - b)]^2 = \\ &= [a + a - b]^2 = (2a - b)^2.\end{aligned}$$

49. Ley conmutativa de la multiplicación $(x + 5)(x - 3) = (x - 3)(x + 5)$.

50. Binomios conjugados es igual a diferencia de cuadrados, esto es, $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

51. Ley distributiva de la multiplicación, $(a - b)c = ac - bc$.

52. Desarrollando el binomio al cuadrado.

53. Reduciendo términos semejantes.

52. Al desarrollar el producto notable $(2x + y)^3$, el resultado que se obtiene es _____.

▼ La respuesta es (c)

Al desarrollar obtenemos:

$$\begin{aligned}(2x + y)^3 &= {}^{54}(2x)^3 + 3(2x)^2y + 3(2x)y^2 + y^3 = \\ &= 8x^3 + 3(4x^2)y + 6xy^2 + y^3 = 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3.\end{aligned}$$

□

53. La expresión $\frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 + 5x - 6}$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (c)

En este ejercicio se tiene que factorizar tanto el numerador como el denominador de la fracción.

Se debe recordar que

$$(x + a)(x + b) = x^2 + xb + xa + ab = x^2 + (a + b)x + ab.$$

Del numerador $x^2 - 6x - 7$ se aprecia que

$$(1)(-7) = -7 \text{ \& } (1) + (-7) = -6,$$

por lo tanto $x^2 - 6x - 7 = (x + 1)(x - 7)$.

Analizando el denominador $x^2 + 5x - 6$ podemos notar que

$$(6)(-1) = -6 \text{ \& } (6) + (-1) = 5,$$

por lo tanto $x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$.

Se concluye que la expresión

$$\frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 + 5x - 6} = \frac{(x + 1)(x - 7)}{(x + 6)(x - 1)}.$$

□

54. Si factorizamos la expresión algebraica $8x^2 - 2y^2 + 24x + 18$, obtenemos _____.

▼ La respuesta es (e)

Factorizamos este polinomio efectuando los pasos siguientes:

$$\begin{aligned}8x^2 - 2y^2 + 24x + 18 &= && \text{(reordenamos términos)} \\ &= 8x^2 + 24x + 18 - 2y^2 = && \text{(factorizamos el factor común 2)} \\ &= 2[4x^2 + 12x + 9 - y^2] = && \text{(asociamos los tres primeros términos)} \\ &= 2[(4x^2 + 12x + 9) - y^2] = && \text{(factorizamos un trinomio cuadrado perfecto)} \\ &= {}^{55}2[(2x + 3)^2 - y^2] = && \text{(factorizamos una diferencia de cuadrados)} \\ &= {}^{56}2[(2x + 3) + y][(2x + 3) - y] = && \text{(eliminamos paréntesis redondos)} \\ &= 2[2x + 3 + y][2x + 3 - y].\end{aligned}$$

Por lo tanto $8x^2 - 2y^2 + 24x + 18 = 2(2x + 3 + y)(2x + 3 - y)$.

□

54. Debemos saber que:

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, \\ (a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.\end{aligned}$$

55. Observamos que:

$$4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2(2x)(3) + (3)^2 = (2x + 3)^2.$$

56. Factorización de una diferencia de cuadrados:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

55. Al factorizar $36a^2 - 4b^2$, se obtiene _____.

▼ La respuesta es (a)

Nos damos cuenta de que se tiene una diferencia de cuadrados:

$$36a^2 - 4b^2 = (6a)^2 - (2b)^2 = (6a - 2b)(6a + 2b).$$

□

56. La expresión $\frac{-10x^4y + 20x^2y}{2x^2 - 4}$ es igual a _____.

▼ La respuesta es (a)

Se factorizan tanto el numerador como el denominador:

$$\begin{aligned} \frac{-10x^4y + 20x^2y}{2x^2 - 4} &= \frac{57}{57} \frac{10x^2y(-x^2 + 2)}{2(x^2 - 2)} = \frac{58}{58} \frac{(10x^2y)(-1)(x^2 - 2)}{2(x^2 - 2)} = \\ &= \frac{-10x^2y}{2} = \frac{-\cancel{2}(5)x^2y}{\cancel{2}} = -5x^2y. \end{aligned}$$

□

57. Al simplificar la fracción $\left(\frac{18a^2bc^3}{2ac^5}\right)$, se obtiene _____.

▼ La respuesta es (e)

Primero expresamos la fracción como un producto de fracciones y luego simplificamos potencias de igual base.

$$\frac{18a^2bc^3}{2ac^5} = \frac{18}{2} \frac{a^2}{a} \frac{b}{1} \frac{c^3}{c^5} = \frac{59}{59} 9a^{2-1}bc^{3-5} = 9abc^{-2} = \frac{60}{60} 9ab \left(\frac{1}{c^2}\right) = 9\frac{ab}{c^2}.$$

□

58. Al racionalizar la expresión $\frac{5}{\sqrt[3]{2x^2}}$, se obtiene _____.

▼ La respuesta es (c)

Efectuamos algunas operaciones:

$$\begin{aligned} \frac{5}{\sqrt[3]{2x^2}} &= \frac{61}{61} \frac{5}{(2x^2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{62}{62} \frac{5}{(2x^2)^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{(2x^2)^{\frac{2}{3}}}{(2x^2)^{\frac{2}{3}}} = \frac{63}{63} \frac{5}{(2x^2)^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}} \cdot (2x^2)^{\frac{2}{3}} = \\ &= \frac{5}{2x^2} \cdot (2x^2)^{\frac{2}{3}} = \frac{64}{64} \frac{5}{2x^2} \cdot [(2x^2)^2]^{\frac{1}{3}} = \frac{5}{2x^2} \cdot (4x^4)^{\frac{1}{3}} = \frac{5\sqrt[3]{4x^4}}{2x^2}. \end{aligned}$$

□

57. El factor común de $-10x^4y + 20x^2y$ es $10x^2y$.

El factor común de $2x^2 - 2$ es 2.

58. Se observa que $(-x^2 + 2) = (-1)(x^2 - 2)$.

59. $\frac{c^n}{c^m} = c^{n-m}$.

60. $c^{-n} = \frac{1}{c^n}$.

61. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, donde $a = 2x^2$; $n = 3$.

62. Una fracción no se altera si se multiplica el numerador y el denominador por el mismo número.

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{c}.$$

Aquí $c = (2x^2)^{\frac{2}{3}}$.

63. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Aquí $a = 2x^2$, $m = \frac{1}{3}$, $n = \frac{2}{3}$.

64. $(a^m)^n = a^{mn}$; $a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}}$.

59. Al simplificar la expresión $\frac{x^3 - 25x}{5x - x^2}$, se obtiene _____.

▼ La respuesta es (c)

Factorizamos el numerador y el denominador:

$$\begin{aligned}\frac{x^3 - 25x}{5x - x^2} &= \frac{\cancel{x}(x^2 - 25)}{\cancel{x}(5 - x)} = \overset{65}{\frac{(x - 5)(x + 5)}{(5 - x)}} = \overset{66}{\frac{(x - 5)(x + 5)}{(-1)(x - 5)}} = \\ &= \frac{\cancel{(x - 5)}(x + 5)}{(-1)\cancel{(x - 5)}} = -(x + 5).\end{aligned}$$

□

60. El valor de x en la ecuación $\frac{x - b}{x - a} = \frac{x - 2}{b + x}$ es _____.

▼ La respuesta es (d)

Primero los denominadores pasan multiplicando al otro miembro de la ecuación.⁶⁷

$$\frac{x - b}{x - a} = \frac{x - 2}{b + x} \Rightarrow (x - b)(b + x) = (x - a)(x - 2).$$

Luego desarrollamos los productos indicados:

$$\begin{aligned}x(b + x) - b(b + x) &= x(x - 2) - a(x - 2); \\ xb + x^2 - b^2 - bx &= x^2 - 2x - ax + 2a.\end{aligned}$$

Todos los términos que contienen x pasan al primer miembro de la ecuación:

$$xb + x^2 - bx - x^2 + 2x + ax = 2a + b^2.$$

Reducimos términos semejantes y despejamos x :

$$2x + ax = 2a + b^2 \Rightarrow (2 + a)x = 2a + b^2 \Rightarrow x = \frac{2a + b^2}{2 + a}.$$

Este resultado puede ser expresado como:

$$x = \frac{b^2 + 2a}{2 + a} = \frac{-(b^2 + 2a)}{-(2 + a)} = \frac{-b^2 - 2a}{-2 - a}.$$

□

61. Al despejar x de la expresión $b(x - 3)^{-1} = 1$, se obtiene _____.

▼ La respuesta es (e)

$$b(x - 3)^{-1} = 1 \Rightarrow \overset{68}{\frac{b}{x - 3}} = 1 \Rightarrow b = (x - 3) \cdot 1 = x - 3 \Rightarrow x = b + 3.$$

□

^{65.} $x^2 - 25$ representa una diferencia de cuadrados $x^2 - 5^2 = (x + 5)(x - 5)$.

^{66.} Notar que $(5 - x) = (-1)(x - 5)$.

^{67.} Sabemos que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$.

^{68.} $ba^{-1} = \frac{b}{a}$. Aquí $a = x - 3$.

62. El valor de y que resuelve la ecuación $3(y - 4) = 12(y + 5)$ es _____.

▼ La respuesta es (b)

Despejamos y :

$$\begin{aligned} 3(y - 4) = 12(y + 5) &\Rightarrow 3y - 12 = 12y + 60 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3y - 12y = 60 + 12 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -9y = 72 \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = \frac{72}{-9} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = -8. \end{aligned}$$

Entonces $y = -8$ es solución de la ecuación $3(y - 4) = 12(y + 5)$.

□

63. Los valores x, y que resuelven el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 2x - 8y &= -22; \\ 3x + 2y &= 9; \end{aligned}$$

son _____, _____.

▼ La respuesta es (c)

Multiplicamos por 4 la segunda ecuación ($3x + 2y = 9$) y lo que resulta ($12x + 8y = 36$) se suma a la primera ecuación ($2x - 8y = -22$), obteniéndose $14x = 14$, de donde $x = 1$. Esto es,

$$\begin{cases} 2x - 8y = -22 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 8y = -22 \\ 12x + 8y = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 8y = -22; \\ 14x = 14. \end{cases}$$

De $14x = 14$ se tiene que $x = \frac{14}{14} = 1$.

Luego utilizamos $x = 1$ en $2x - 8y = -22$. Obtenemos:

$$\begin{aligned} 2(1) - 8y &= -22 \Rightarrow 2 - 8y = -22 \Rightarrow -8y = -22 - 2 = -24 \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = \frac{-24}{-8} = 3. \end{aligned}$$

Por lo tanto, la solución del sistema es $x = 1, y = 3$.

□

64. Los valores de x que satisfacen la ecuación $10x^2 + 13x = 3$ son _____.

▼ La respuesta es (b)

Escribimos la ecuación $10x^2 + 13x = 3$ como $10x^2 + 13x - 3 = 0$. Ahora identificamos $a = 10, b = 13$ y $c = -3$. Por último aplicamos la fórmula general⁶⁹ para encontrar los valores que la satisfacen y tenemos:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-13 \pm \sqrt{(13)^2 - 4(10)(-3)}}{2(10)} = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 120}}{20} = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{20} = \frac{-13 \pm 17}{20} = \\ &= \begin{cases} \frac{-13 + 17}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}; \\ \frac{-13 - 17}{20} = \frac{-30}{20} = -\frac{3}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

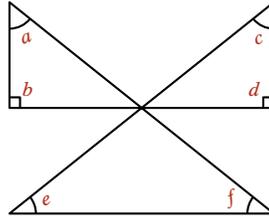
⁶⁹ Las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ son:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \& \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Por lo tanto $x_1 = \frac{1}{5}$, $x_2 = -\frac{3}{2}$.

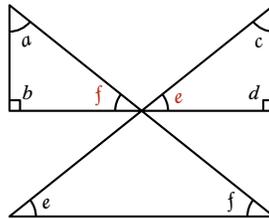
□

65. La suma de los ángulos indicados en la figura es _____.



▼ La respuesta es (c)

Usamos la siguiente figura, nombrando dos ángulos:



Se observa que los ángulos internos del triángulo superior izquierdo son a, b & f . Estos ángulos satisfacen $a + b + f = 180^\circ$. Nótese que los ángulos f son correspondientes.

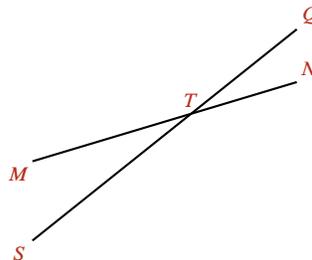
Además, los ángulos internos del triángulo superior derecho son e, c & d . Estos ángulos cumplen $e + c + d = 180^\circ$. Nótese que los ángulos e son correspondientes.

Con lo anterior se obtiene:

$$a + b + f + e + c + d = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ.$$

□

66. En la figura, dos ángulos opuestos por el vértice son _____ y _____.



▼ La respuesta es (e)

Los ángulos opuestos por el vértice son aquellos que están en lados opuestos del vértice T .

Es decir, los ángulos opuestos por el vértice son:

$$\angle MTQ \text{ y } \angle STN;$$

así como

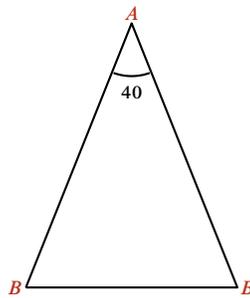
$$\angle MTS \text{ y } \angle QTN.$$

□

67. El ángulo distinto de un triángulo isósceles mide 40° , ¿cuánto miden cada uno de sus otros dos ángulos?

▼ La respuesta es (b)

Usamos la figura



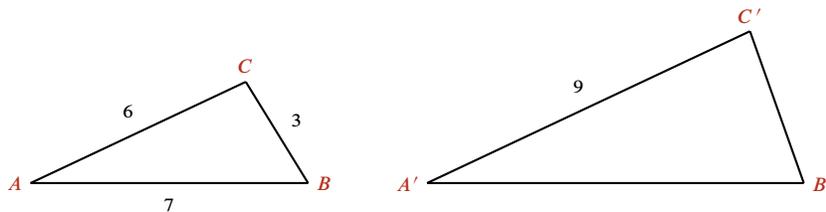
Todo triángulo isósceles tiene al menos dos ángulos iguales, en la figura anterior $\angle B$. Supongamos que el otro ángulo es $\angle A$. Es decir, con el dato proporcionado se tiene que $\angle A = 40$.

Sabemos que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180° . Entonces:

$$\angle A + 2\angle B = 180 \Rightarrow 40 + 2\angle B = 180 \Rightarrow \angle B = \frac{180 - 40}{2} = 70.$$

□

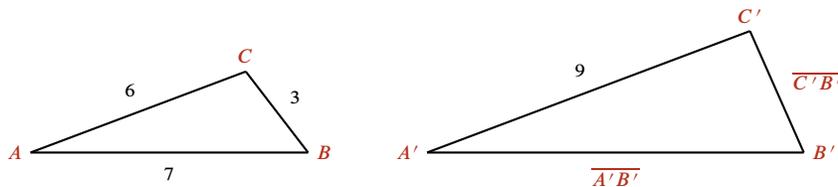
68. Considerando los triángulos con las dimensiones indicadas en la figura y con $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$,



las longitudes de los lados $\overline{A'B'}$ y $\overline{C'B'}$ son _____, _____.

▼ La respuesta es (c)

Dado que $\angle A = \angle A'$ y $\angle B = \angle B'$ podemos concluir que $\angle C = \angle C'$.



Con esta información se puede afirmar que los triángulos son semejantes, por lo cual se cumplen las proporciones siguientes:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \quad \& \quad \frac{\overline{C'B'}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}}.$$

Es decir:

$$\frac{\overline{A'B'}}{9} = \frac{7}{6} \quad \& \quad \frac{\overline{C'B'}}{9} = \frac{3}{6}.$$

De donde:

$$\overline{A'B'} = \frac{7(9)}{6} \quad \& \quad \overline{C'B'} = \frac{3(9)}{6}.$$

Esto es:

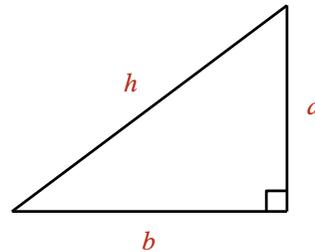
$$\overline{A'B'} = \frac{63}{6} = \frac{21}{2} \quad \& \quad \overline{C'B'} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}.$$

□

69. Si los catetos de un triángulo miden 3 m y 4 m, el valor de la hipotenusa es _____.

▼ La respuesta es (e)

Por el teorema de Pitágoras se sabe que en todo triángulo rectángulo se cumple que



$$h^2 = a^2 + b^2.$$

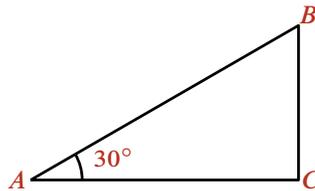
Siendo $a = 3$ m; $b = 4$ m, se tiene que:

$$h^2 = a^2 + b^2 = (3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2 = 9 \text{ m}^2 + 16 \text{ m}^2 = 25 \text{ m}^2,$$

por lo que $h = \sqrt{25 \text{ m}^2} \Rightarrow h = 5$ m.

□

70. Determina el valor del ángulo A en radianes:



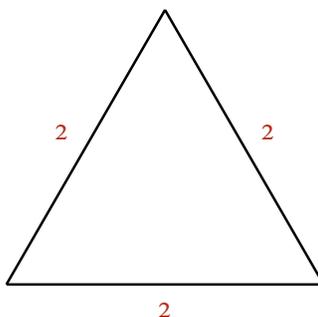
▼ La respuesta es (b)

Se sabe que $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ radianes; por lo tanto:

$$30^\circ = 30 \left(\frac{\pi}{180} \right) \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ radianes.}$$

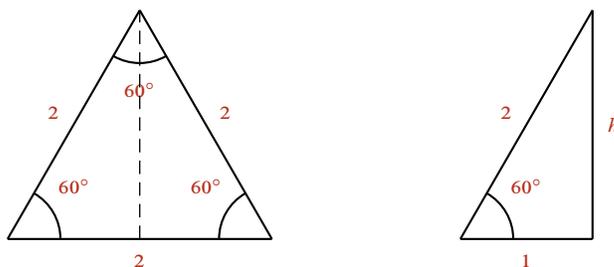
□

71. Utiliza la siguiente figura para obtener el valor de $\text{sen } 60^\circ$.



▼ La respuesta es (c)

La figura muestra un triángulo equilátero que a su vez es equiángulo, por lo cual cada uno de sus ángulos internos mide 60° .



En la figura de la izquierda se pueden apreciar dos triángulos rectángulos y con uno de éstos (figura de la derecha), podemos obtener el valor de $\text{sen } 60^\circ$.

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{h}{2}.$$

Para encontrar el valor de h se debe aplicar el teorema de Pitágoras. Del triángulo rectángulo se tiene que

$$2^2 = h^2 + 1^2 \Rightarrow h^2 = 3 \Rightarrow h = \sqrt{3},$$

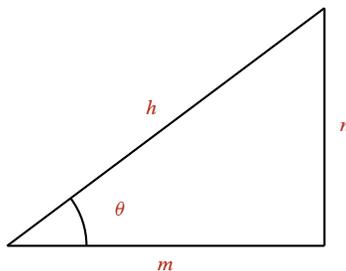
por lo tanto, $\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

□

72. Si $\sec \theta = \frac{5}{3}$, entonces $\tan \theta =$ _____.

▼ La respuesta es (e)

Consideramos el siguiente triángulo rectángulo:



Se sabe que:

$$\sec \theta = \frac{h}{m}; \quad \tan \theta = \frac{n}{m}.$$

Como $\sec \theta = \frac{h}{m}$; $\sec \theta = \frac{5}{3}$, entonces $h = 5$; $m = 3$.

Calculamos n aplicando el teorema de Pitágoras:

$$h^2 = m^2 + n^2 \Rightarrow n^2 = h^2 - m^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow n = \sqrt{16} \Rightarrow n = 4.$$

Por lo tanto,

$$\tan \theta = \frac{n}{m} \Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{3}.$$

□

73. Para conocer el valor de d , la operación es _____.

▼ La respuesta es (d)

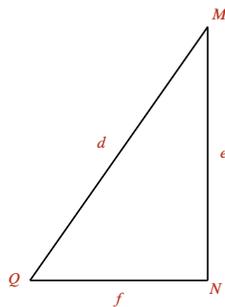
Puesto que $\sin Q = \frac{e}{d}$, entonces $d = \frac{e}{\sin Q}$.

□

74. La operación que da por resultado el valor de f es _____.

▼ La respuesta es (b)

En este ejercicio se debe encontrar una relación del cateto f . Al considerar el triángulo rectángulo



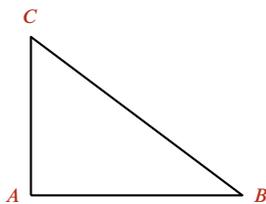
se aprecia que las siguientes relaciones se cumplen:

$$\tan Q = \frac{e}{f} \Rightarrow f = \frac{e}{\tan Q};$$

$$\cot Q = \frac{f}{e} \Rightarrow f = e \cot Q.$$

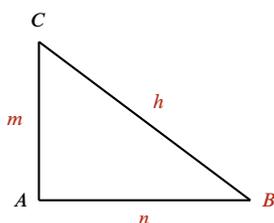
□

75. Si en la siguiente figura $\text{sen } B = \frac{3}{5}$, entonces el valor de $\text{cos } B$ es _____.



▼ La respuesta es (d)

En la figura dada se tiene que



$$\text{sen } B = \frac{\text{cateto opuesto a } B}{\text{hipotenusa}} = \frac{m}{h};$$

$$\text{cos } B = \frac{\text{cateto adyacente a } B}{\text{hipotenusa}} = \frac{n}{h}.$$

Como $\text{sen } B = \frac{m}{h}$ y $\text{sen } B = \frac{3}{5}$, entonces comparando estos cocientes se tiene que $m = 3$ y que $h = 5$.

Calculamos n aplicando el teorema de Pitágoras

$$h^2 = m^2 + n^2 \Rightarrow n^2 = h^2 - m^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16.$$

Luego, $n = \sqrt{16} \Rightarrow n = 4$.

Por lo tanto, $\text{cos } B = \frac{n}{h} \Rightarrow \text{cos } B = \frac{4}{5}$.

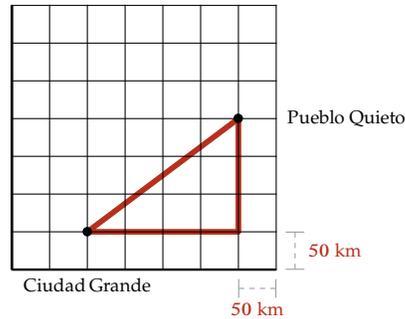
□

76. De acuerdo con la gráfica siguiente, la distancia en kilómetros entre Pueblo Quieto y Ciudad Grande es _____.



▼ La respuesta es (d)

Vamos a medir la distancia (en línea recta) entre los pueblos, considerando el siguiente triángulo rectángulo:



La distancia entre estos pueblos corresponde a la hipotenusa de un triángulo rectángulo con catetos de 200 km y 150 km. Por lo tanto, usando el teorema de Pitágoras:

$$d = \sqrt{(200)^2 + (150)^2} = \sqrt{40\,000 + 22\,500} = \sqrt{62\,500} = 250 \text{ km.}$$

□

77. La distancia entre los puntos (3, 4) y (6, 8) es _____.

▼ La respuesta es (d)

La expresión para encontrar la distancia entre dos puntos (x_1, y_1) , (x_2, y_2) en el plano cartesiano es:

$$\text{distancia} = d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

De los puntos (3, 4) y (6, 8) tenemos que:

$$x_1 = 3, \quad y_1 = 4, \quad x_2 = 6 \quad \& \quad y_2 = 8.$$

Si se utilizan estos datos en la fórmula anterior obtenemos:

$$d = \sqrt{(6 - 3)^2 + (8 - 4)^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5.$$

□

78. Un lote rectangular tiene $A \text{ m}^2$ de área. Si el largo del lote fuera 2 m más y el ancho 3 m más, el área sería 35 m^2 mayor que A . Por otro lado, si el largo fuera 2 m menos y el ancho 2 m más, el área sería la misma $A \text{ m}^2$. El largo ℓ del lote es _____.

▼ La respuesta es (e)

Interpretamos algebraicamente cada enunciado

Si largo = ℓ y ancho = a , entonces área $A = \ell a$.

Si largo = $\ell + 2$ y ancho = $a + 3$, entonces área = $(\ell + 2)(a + 3) = A + 35$.

Si largo = $\ell - 2$ y ancho = $a + 2$, entonces área = $(\ell - 2)(a + 2) = A$.

Tenemos así:

$$(\ell + 2)(a + 3) = A + 35 \quad \text{y} \quad (\ell - 2)(a + 2) = A; \quad \text{con } A = \ell a.$$

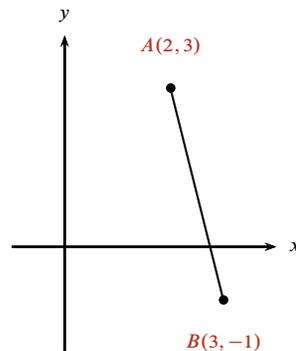
Desarrollamos los productos indicados y utilizamos $A = \ell a$.

$$\begin{array}{llll} \ell(a + 3) + 2(a + 3) = A + 35 & \text{y} & \ell(a + 2) - 2(a + 2) = A; & \text{con } A = \ell a \Rightarrow \\ \Rightarrow \ell a + 3\ell + 2a + 6 = A + 35 & \text{y} & \ell a + 2\ell - 2a - 4 = A; & \text{con } A = \ell a \Rightarrow \\ \Rightarrow A + 3\ell + 2a + 6 = A + 35 & \text{y} & A + 2\ell - 2a - 4 = A & \Rightarrow \\ \Rightarrow A + 3\ell + 2a - A = 35 - 6 & \text{y} & A + 2\ell - 2a - A = 4 & \Rightarrow \\ \Rightarrow 3\ell + 2a = 29 & \text{y} & 2\ell - 2a = 4. & \end{array}$$

Sumando estas ecuaciones se tiene que $5l = 33 \Rightarrow l = \frac{33}{5} \Rightarrow l = 6.6 \text{ m}$.

□

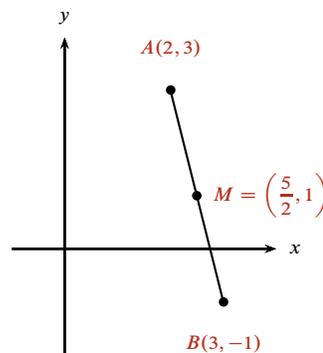
79. Determina las coordenadas del punto medio del segmento de recta que une los puntos $A(2, 3)$ y $B(3, -1)$, que se muestran en la figura.



▼ La respuesta es (b)

Las coordenadas del punto medio M del segmento de recta que une dos puntos del plano (x_1, y_1) ; (x_2, y_2) son $(m_x, m_y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$, por lo tanto:

$$m_x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2 + 3}{2} = \frac{5}{2}; \quad m_y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{3 - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$



□

80. De las siguientes ecuaciones, selecciona aquellas que representen rectas paralelas entre sí.

1. $y = \frac{5}{3}x + 1$
2. $y = \frac{3}{5}x + 2$
3. $y = -\frac{3}{5}x + 3$
4. $y = \frac{5}{3}x + 4$
5. $y = -\frac{5}{3}x + 5$

▼ La respuesta es (a)

Una ecuación de la forma $y = mx + b$ representa una recta con pendiente m y ordenada al origen b . Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente.

En este caso la recta 1 tiene pendiente $\frac{5}{3}$ y la recta 4 también.

□

81. Una parábola tiene su vértice en el punto $V(2, -1)$ y su foco en el punto $F(2, 3)$.

Su ecuación es _____.

▼ La respuesta es (d)

El vértice $V(2, -1)$ y el foco $F(2, 3)$ tienen la misma abscisa $x = 2$; entonces el eje de la parábola es vertical (es la recta vertical $x = 2$). Por este motivo, la ecuación de la parábola es de la forma:

$$(x - h)^2 = 4p(y - k),$$

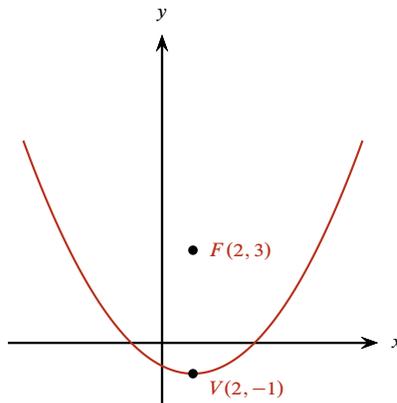
donde (h, k) son las coordenadas del vértice $V(2, -1)$ y p cumple $|p| = \overline{VF} = 3 - (-1) = 4$.

Ya que el foco $F(2, 3)$ está arriba del vértice $V(2, -1)$, se tiene que p es positivo; por lo que $p = 4$.

Utilizando $h = 2, k = -1$ y $p = 4$ en la ecuación obtenemos

$$\begin{aligned} (x - 2)^2 &= 4(4)[y - (-1)] \Rightarrow (x - 2)^2 = 16(y + 1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 16y + 16 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 16y - 16 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 4x - 16y - 12 = 0; \end{aligned}$$

que es la ecuación de la parábola, cuya gráfica es:



□

82. La derivada con respecto a x de la función $y = 3x^4 - 2x^3 + x^2 - 9$ es _____.

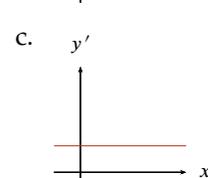
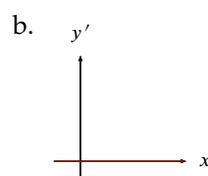
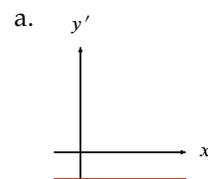
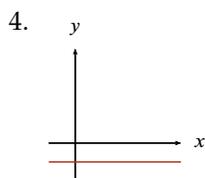
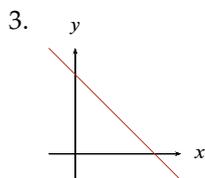
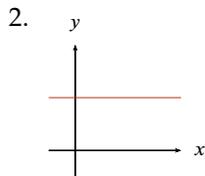
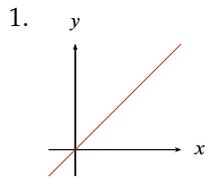
▼ La respuesta es (a)

Aplicando reglas de derivación:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx}(3x^4 - 2x^3 + x^2 - 9) = \frac{d}{dx}(3x^4) + \frac{d}{dx}(-2x^3) + \frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(9) = \\ &= 3\frac{d}{dx}(x^4) - 2\frac{d}{dx}(x^3) + \frac{d}{dx}(x^2) + 0 = 3(4x^3) - 2(3x^2) + 2x = 12x^3 - 6x^2 + 2x. \end{aligned}$$

□

83. Relaciona cada una de las gráficas $y(x)$ de la columna izquierda con la gráfica de su correspondiente derivada (dy/dx) de la columna derecha.



▼ La respuesta es (d)

La gráfica del plano 1. es una recta $y = mx$ con pendiente positiva. La derivada de $y = mx$ es $y' = m$, con m positiva, cuya gráfica es una recta horizontal que está por arriba del eje x . Por lo tanto, la gráfica de su derivada está en el plano c.

Las gráficas de los planos 2. y 4. son rectas horizontales $y = b$, con b constante. La derivada de $y = b$ es $y' = 0$, cuya gráfica es la recta horizontal que coincide con el eje x . Por lo tanto, la gráfica de las derivadas de ambas rectas está en el plano b.

La gráfica del plano 3. es una recta $y = mx + b$ con pendiente m negativa. La derivada de $y = mx + b$ es $y' = m$, con m negativa, cuya gráfica es una recta horizontal que está por debajo del eje x . Por lo tanto, la gráfica de su derivada está en el plano a.

□

84. Asocia las siguientes cantidades físicas con las unidades correspondientes.

1. Resistencia

a. Volt

2. Carga

b. Ohm

3. Corriente

c. Coulomb

d. Ampere

e. Joule

▼ La respuesta es (c)

Cantidades físicas tales como carga, corriente eléctrica, voltaje, resistencia, etc. se manejan usualmente en la rama de la física llamada Electricidad.

En el Sistema Internacional (SI) de unidades la carga (que es una propiedad de la materia) se mide en coulombs (C). Un cuerpo material puede estar cargado positivamente (se dice que perdió electrones) o tener sólo carga negativa (se dice que ganó electrones). Un cuerpo está en estado neutro si tiene igual número de cargas positivas que de negativas.

En el SI, la corriente (cargas en movimiento en el interior de un conductor) se mide en amperes (A) y la resistencia se mide en ohms (Ω).

El volt (V) es una unidad para medir el voltaje y la energía se mide en Joules (J).

□

85. ¿Cuáles de las siguientes cantidades son vectoriales?

▼ La respuesta es (d)

Ejemplos de cantidades vectoriales:⁷⁰ el desplazamiento $\Delta\vec{r}$, la velocidad $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, la aceleración $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, la fuerza $\vec{F} = m\vec{a}$, entre otros.

Ejemplos de cantidades escalares:⁷¹ el tiempo t , la masa m , la distancia d , la rapidez v , el trabajo $W = Fd$, la temperatura T , el volumen V , la energía, entre otros.

□

86. Si una milla equivale a 1.5 km aproximadamente, la rapidez en km/h de un cuerpo que se mueve con rapidez de 50 millas por hora es _____.

▼ La respuesta es (a)

Éste es un problema de transformación de unidades, para lo cual primero se escribe el valor de la rapidez en la forma usual en física; esto es:

$$50 \text{ millas por hora} = 50 \text{ millas/h.}$$

Nos indican que

$$1 \text{ milla} = 1.5 \text{ km.}$$

Como las unidades de tiempo no varían, el factor de conversión que se debe aplicar es:

$$1 \text{ milla/h} = 1.5 \text{ km/h.}$$

Así que:

$$50 \text{ millas/h} = 50 \times \frac{1.5}{1} \text{ km/h} = 75 \text{ km/h.}$$

□

87. Un objeto cambia su velocidad de 8 m/s a 16 m/s en 4 segundos (s); si la magnitud de la fuerza aplicada es 10 N, la masa del objeto es de _____.

▼ La respuesta es (b)

70. Cuando se dice, por ejemplo, que un automóvil viaja a 100 km/h de Toluca al Distrito Federal, se está haciendo referencia al **vector** velocidad (\vec{v}) porque además de especificar la magnitud (tamaño 100 km/h) se indica también su dirección.

71. Si solamente se menciona que el automóvil viaja a 100 km/h, se está haciendo referencia a la rapidez (v) que es un **escalar**, ya que únicamente se especifica la magnitud.

Para tener información completa de una **cantidad escalar** es suficiente con especificar su magnitud; en tanto que una cantidad vectorial queda completamente determinada, si además de su magnitud se especifican su dirección y su sentido.

La notación usual para un vector es una literal con una flecha en la parte superior: \vec{A} o bien una literal en negritas: **A**.

La masa m del objeto se obtiene de la ecuación que representa la segunda ley de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$, en donde \vec{F} es la fuerza aplicada y \vec{a} su aceleración.

La magnitud F de la fuerza es $F = ma$, siendo a la magnitud de la aceleración.

Despejando la masa de esta última ecuación: $m = \frac{F}{a}$.

Dado que se conocen la rapidez inicial y la final, así como el intervalo Δt en que ocurre el cambio en la velocidad, la aceleración se obtiene como:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t};$$

cuyo valor numérico es:

$$a = \frac{(16 - 8) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2.$$

Por lo tanto, el valor de la masa m del objeto es:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{10 \text{ N}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5 \frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5 \frac{\text{kg} \cancel{\text{m s}^2}}{\cancel{\text{m s}^2}} = 5 \text{ kg}.$$

□

88. Un cuerpo recorre una distancia de 6 cm en los primeros 3 s y una distancia de 20 cm en los 10 s siguientes. El cuerpo se mueve con _____.

▼ La respuesta es (a)

Para resolver este problema se aplica simplemente la definición de velocidad media v en cada uno de los intervalos de tiempo indicados:

$$v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

En donde x_f ; x_i representan las posiciones en los tiempos final t_f e inicial t_i , respectivamente.

Para el primer intervalo $\Delta t_1 = 3 \text{ s}$; $\Delta x_1 = 6 \text{ cm}$, por lo que $v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{6 \text{ cm}}{3 \text{ s}} = 2 \text{ cm/s}$.

Para el segundo intervalo $\Delta t_2 = 10 \text{ s}$; $\Delta x_2 = 20 \text{ cm}$, por lo que $v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{20 \text{ cm}}{10 \text{ s}} = 2 \text{ cm/s}$.

Observamos que $v_1 = v_2$, por lo que se concluye que el cuerpo se mueve con velocidad constante.

□

89. Jaime se dirige a casa de Ana que vive a 222.5 km; durante su viaje mantiene una velocidad promedio de 70 km/h. Ana sale a su encuentro 45 minutos (min) después y viaja a una velocidad de 100 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda Jaime en encontrar a Ana?

▼ La respuesta es (a)

Sean

$v_J = 70 \text{ km/h}$, la velocidad de Jaime;

$v_A = 100 \text{ km/h}$, la velocidad de Ana;

$D = 222.5 \text{ km}$;

$\Delta t = 45 \text{ min} = \frac{45}{60} \text{ h} = 0.75 \text{ h}$.

Supongamos que Ana tarda un tiempo t_f en encontrar a Jaime. La distancia recorrida por Ana en este tiempo es:

$$d_A = v_A t_f. \quad (1)$$

La distancia recorrida por Jaime hasta el encuentro es:

$$d_J = v_J \Delta t + v_J t_f. \quad (2)$$

Como se debe satisfacer:

$$d_J + d_A = D, \quad (3)$$

utilizamos (1) y (2) en (3):

$$D = v_J \Delta t + v_J t_f + v_A t_f = v_J \Delta t + t_f (v_J + v_A), \text{ de donde } t_f = \frac{D - v_J \Delta t}{v_J + v_A}.$$

Numéricamente:

$$t_f = \frac{(222.5 \text{ km}) - (70 \text{ km/h})(0.75 \text{ h})}{(70 + 100) \text{ km/h}} = 1 \text{ h}.$$

El tiempo total t_{total} viajado por Jaime es $t_{\text{total}} = t_f + \Delta t$; esto es:

$$t_{\text{total}} = t_f + \Delta t = 1 \text{ h} + 45 \text{ min}.$$

□

90. Un objeto de 1 kg de masa se deja caer libremente desde un puente; después de un cierto tiempo su velocidad es de 12 m/s. Otro objeto del doble de masa se deja caer en las mismas circunstancias, ¿cuál es su velocidad después de haber transcurrido el mismo tiempo?

▼ La respuesta es (c)

Idealmente, el movimiento de caída libre es independiente de la masa del cuerpo. Entonces, en las mismas condiciones, el cambio en velocidad es el mismo para el cuerpo de masa 1 kg que para el de 2 kg.

Esto es, la velocidad de ambos cuerpos, en el mismo tiempo transcurrido, es 12 m/s.

□

91. ¿Cuál o cuáles de los siguientes ejemplos representan un movimiento rectilíneo?

1. Caída libre
2. El movimiento de un proyectil
3. El movimiento de un péndulo

▼ La respuesta es (d)

La trayectoria seguida por el cuerpo en caída libre es una recta, ya que la fuerza que actúa sobre él es la fuerza de atracción gravitacional ejercida por la tierra (dirigida verticalmente hacia abajo) y además la velocidad inicial no tiene componente horizontal.

Por otro lado, un proyectil describe una trayectoria parabólica y un péndulo se mueve sobre un arco de circunferencia.

□

92. Si un cuerpo se mueve con velocidad constante, la gráfica de la distancia recorrida x en función del tiempo es _____.

▼ La respuesta es (e)

Un cuerpo que se mueve con velocidad constante recorre distancias iguales en intervalos de tiempo también iguales, esto es, la relación entre las variables posición (x) y tiempo (t) es lineal. Al aumentar el tiempo, su posición aumenta en la misma proporción; por lo que la curva obtenida al graficar t en el eje horizontal, x en el vertical, es una recta como la mostrada en (e).

□

93. Considerando que $1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$, ¿cuál es el equivalente en joules de 100 kcal ?

▼ La respuesta es (e)

- a. Primero realizamos la transformación de 100 kcal a cal.

El factor de conversión es $1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$.

Así que $100 \text{ kcal} = (100 \times 1000) \text{ cal} = 1 \times 10^5 \text{ cal}$.

- b. Nos indican que $1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$;

luego $1 \times 10^5 \text{ cal} = (1 \times 10^5)(4.18 \text{ J}) = 4.18 \times 10^5 \text{ J}$.

Por lo tanto:

$$100 \text{ kcal} = 4.18 \times 10^5 \text{ J}.$$

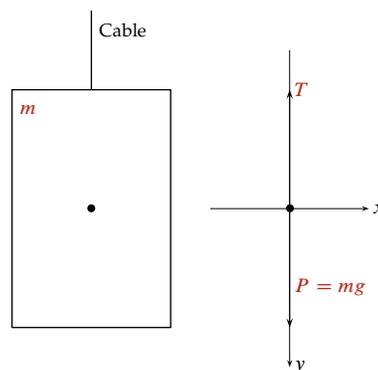
□

94. Un elevador de 500 kg de masa está suspendido de un cable de acero.

¿Cuál es la tensión sobre el cable para que el elevador permanezca en reposo?

(Considera $g = 10 \text{ m/s}^2$ y el sentido positivo hacia abajo.)

▼ La respuesta es (e)



En el diagrama de cuerpo libre (DCL)⁷² del elevador se muestran la fuerza de tensión T ejercida por el cable y el peso $P = mg$ ejercido por la Tierra sobre el elevador. La segunda ley de Newton establece que la fuerza total \vec{F} (suma de todas las fuerzas) que actúa sobre un cuerpo de masa m es igual al producto de su masa por la aceleración \vec{a} , es decir, $\vec{F} = m\vec{a}$.

Descomponiendo las fuerzas mostradas en el DCL en las direcciones x , y , la segunda ley de Newton para ambas direcciones se expresa de la manera siguiente.

Suma de las componentes x de las fuerzas: $\sum F_x = ma_x = 0$. La igualdad con cero es debida a que las fuerzas sólo tienen componente y .

⁷² El DCL de un objeto consiste en la representación gráfica en un sistema coordenado xy , de las diversas fuerzas externas sobre el objeto.

Tales fuerzas, por ser vectores, se representan esquemáticamente como segmentos de recta dirigidos (flechas). El tamaño de la flecha es proporcional a la magnitud del vector y su dirección la da el ángulo que forma el vector con alguno de los ejes coordenados.

Suma de las componentes y de las fuerzas: $\sum F_y = ma_y = 0$. La igualdad con cero se debe a que el elevador permanece en reposo y en consecuencia $a_y = 0$.

En términos de las fuerzas que actúan sobre m , se tiene que $mg - T = 0$, de donde la magnitud de la tensión es:

$$T = mg = (500 \text{ kg}) (10 \text{ m/s}^2) = 5000 \text{ N.}$$

En forma vectorial, $\vec{T} = -5000 \text{ N}$. Se ha agregado el signo menos debido a que esta fuerza actúa en el sentido negativo del eje y .

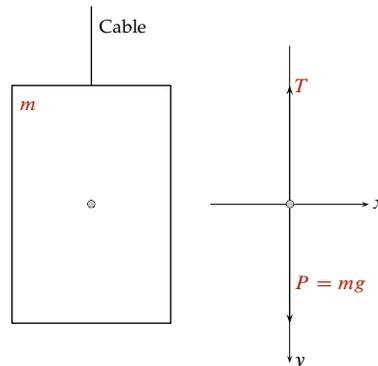
□

95. Un elevador de 500 kg de masa está suspendido de un cable de acero.

¿Cuál es la tensión sobre el cable para que el elevador tenga movimiento rectilíneo uniforme?

(Considera $g = 10 \text{ m/s}^2$ y el sentido positivo hacia abajo.)

▼ La respuesta es (d)



En el diagrama de cuerpo libre (DCL) del elevador se muestran la fuerza de tensión T ejercida por el cable y el peso $P = mg$ ejercido por la Tierra sobre el elevador. La segunda ley de Newton establece que la fuerza total \vec{F} (suma de todas las fuerzas) que actúa sobre un cuerpo de masa m es igual al producto de su masa por la aceleración \vec{a} , es decir, $\vec{F} = m\vec{a}$.

Descomponiendo las fuerzas mostradas en el DCL en las direcciones x , y , la segunda ley de Newton para ambas direcciones se expresa de la manera siguiente.

Suma de las componentes x de las fuerzas: $\sum F_x = ma_x = 0$. La igualdad con cero es debida a que las fuerzas sólo tienen componente y .

Suma de las componentes y de las fuerzas: $\sum F_y = ma_y = 0$. La igualdad con cero se debe a que, si el elevador se mueve con movimiento rectilíneo uniforme, entonces su velocidad es constante y en consecuencia $a_y = 0$.

En términos de las fuerzas que actúan sobre m , se tiene que $mg - T = 0$, de donde la magnitud de la tensión es:

$$T = mg = (500 \text{ kg}) (10 \text{ m/s}^2) = 5000 \text{ N.}$$

En forma vectorial, $\vec{T} = -5000 \text{ N}$. Se ha agregado el signo menos debido a que esta fuerza actúa en el sentido negativo del eje y .

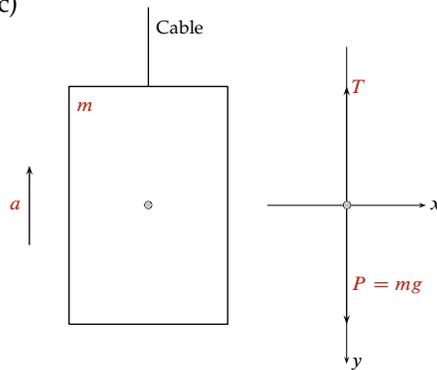
□

96. Un elevador de 500 kg de masa está suspendido de un cable de acero.

¿Cuál es la tensión de la cuerda si el elevador sube con una aceleración de 5 m/s^2 ?

(Considera $g = 10 \text{ m/s}^2$ y el sentido positivo hacia abajo.)

▼ La respuesta es (c)



En el diagrama de cuerpo libre (DCL) del elevador se muestran la fuerza de tensión T ejercida por el cable y el peso $P = mg$ ejercido por la Tierra sobre el elevador. La segunda ley de Newton establece que la fuerza total \vec{F} (suma de todas las fuerzas) que actúa sobre un cuerpo de masa m es igual al producto de su masa por la aceleración \vec{a} , es decir, $\vec{F} = m\vec{a}$.

Descomponiendo las fuerzas mostradas en el DCL en las direcciones x, y , la segunda ley de Newton para ambas direcciones se expresa de la manera siguiente.

Suma de las componentes x de las fuerzas: $\sum F_x = ma_x = 0$. La igualdad con cero es debida a que las fuerzas sólo tienen componente y .

Suma de las componentes y de las fuerzas: $\sum F_y = ma_y = ma$.

En términos de las fuerzas que actúan sobre m , se tiene que $mg - T = -ma$. El signo menos en el miembro derecho de esta ecuación se debe a que el elevador se mueve en el sentido negativo del eje y .

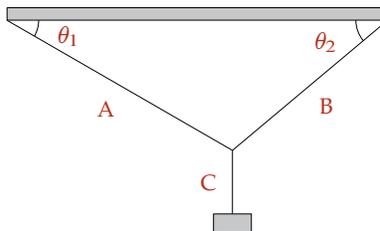
Por lo tanto, la magnitud de la tensión es:

$$T = m(g + a) = (500 \text{ kg})(10 + 5) \text{ m/s}^2 = 7500 \text{ N}.$$

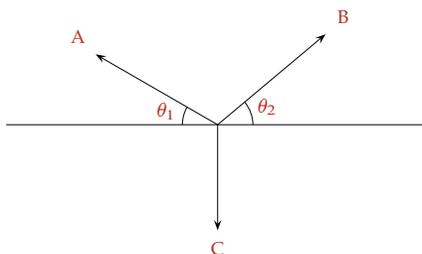
En forma vectorial, $\vec{T} = -7500 \text{ N}$. Se ha agregado el signo menos debido a que esta fuerza actúa en el sentido negativo del eje y .

□

97. El diagrama de cuerpo libre del siguiente sistema es _____.



▼ La respuesta es (c)



En el nodo o nudo donde se juntan las tres cuerdas, actúan tres fuerzas de tensión⁷³ ejercidas por cada una de las cuerdas.

La cuerda de la derecha “jala hacia la derecha y hacia arriba” al nodo ejerciendo la fuerza B con dirección θ_2 con la horizontal.

La cuerda de la izquierda “jala hacia la izquierda y hacia arriba” al nodo ejerciendo la fuerza A con dirección θ_1 con la horizontal.

Finalmente, la cuerda inferior vertical “jala al nodo hacia abajo” aplicando sobre éste la fuerza C.

□

98. ¿Cuál es la resultante de una velocidad de 40 km/h y una velocidad de 60 km/h, si forman un ángulo de 40° entre sí?

▼ La respuesta es (d)

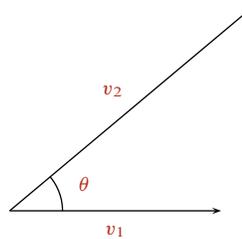


Figura a.

La figura a. muestra los vectores \vec{v}_1 y \vec{v}_2 , de magnitud $v_1 = 40$ km/h y $v_2 = 60$ km/h respectivamente, que forman un ángulo $\theta = 40^\circ$ entre ellos.

La resultante de estos vectores es el vector \vec{v} dado como $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_2 + \vec{v}_1$.

Para determinar el vector \vec{v} empleamos primero el método gráfico del triángulo, mediante el cual se dibuja un vector a continuación del otro. El vector resultante es aquel que va del origen del primer vector al extremo final del segundo, como se ilustra en la figura b.

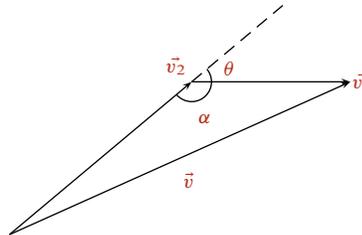


Figura b.

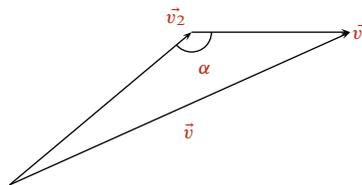


Figura c.

La figura c. muestra el triángulo de lados v_1 y v_2 así como el ángulo ($\alpha = 180^\circ - \theta$) formado por esos dos lados. Esto es suficiente para determinar el valor del lado v mediante el uso de la ley de

⁷³. La tensión es la fuerza ejercida por una cuerda tensa y su dirección es igual a la inclinación de la cuerda.

cosenos:⁷⁴

$$\begin{aligned} v^2 &= v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha \Rightarrow v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha} = \\ &= \sqrt{(40 \text{ km/h})^2 + (60 \text{ km/h})^2 - 2(40 \text{ km/h})(60 \text{ km/h}) \cos(180^\circ - 40^\circ)} = \\ &= \sqrt{1600 + 3600 - 4800(-0.8)} \text{ km/h} = \\ &= \sqrt{9040} \text{ km/h}, \end{aligned}$$

o bien

$$v = 95 \text{ km/h}.$$

El lado v del triángulo es igual a la magnitud del vector resultante.

□

99. Las partículas de masa $m_1 = 1 \text{ kg}$ y $m_2 = 3 \text{ kg}$ están separadas 4 cm. La posición del centro de masa se ubica a _____ de la masa m_1 .

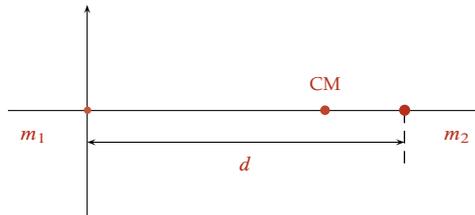
▼ La respuesta es (c)

Se define al centro de masa (CM) de un sistema de dos partículas como el punto cuyo vector de posición \vec{r}_{CM} está dado como el promedio ponderado de las posiciones y masas de las partículas. Tal promedio está dado por la ecuación:

$$\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}.$$

En general, \vec{r}_{CM} tiene componentes x, y dadas por

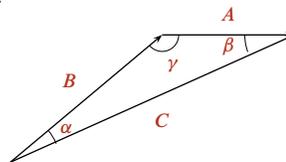
$$x_{\text{CM}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}; \quad y_{\text{CM}} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}.$$



La figura ilustra las partículas mencionadas, donde el origen del sistema coordenado se ha colocado en la partícula 1. En este caso el CM sólo tiene la componente x , que se obtiene con la siguiente ecuación:

$$x_{\text{CM}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1(0) + m_2 d}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 d}{m_1 + m_2};$$

74. Para un triángulo de lados A, B, C y ángulos opuestos a cada uno de los lados α, β, γ , la ley de cosenos permite determinar uno de los lados si se conocen los otros dos y el ángulo entre ellos.



$$A^2 = B^2 + C^2 - 2BC \cos \alpha;$$

$$B^2 = A^2 + C^2 - 2AC \cos \beta;$$

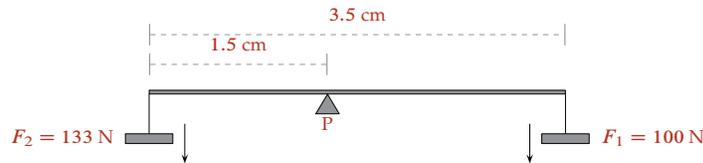
$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \gamma.$$

la cual indica que el CM se encuentra ubicado entre las dos partículas y más cerca de la de mayor masa. Si las masas fuesen iguales, el CM se localizaría en el centro geométrico. Por lo tanto:

$$x_{CM} = \frac{m_2 d}{m_1 + m_2} = \frac{(3 \text{ kg})(4 \text{ cm})}{(1 + 3) \text{ kg}} = 3 \text{ cm}.$$

□

100. Calcula el momento de la fuerza F_1 con respecto al pivote P .



▼ La respuesta es (b)

El momento de una fuerza, o torca, con respecto de un punto P arbitrario, es un vector (denotado por $\vec{\tau}$) cuya magnitud $|\vec{\tau}|$ es igual al producto de la magnitud F de la fuerza por el brazo de palanca d : $\tau = Fd$.

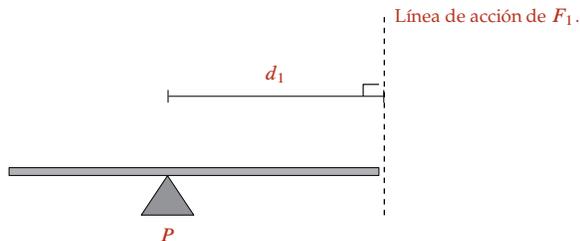
El brazo de palanca d es la distancia perpendicular del punto P a la línea de acción de la fuerza. Es decir, que el ángulo formado por la línea de acción de la fuerza y el brazo de palanca es de 90° .

Si debido a la fuerza aplicada, el cuerpo tiende a girar en el sentido opuesto al de las manecillas del reloj, la torca es positiva. Por el contrario, la torca⁷⁵ es negativa cuando el cuerpo tiende a girar en el sentido de las manecillas del reloj.

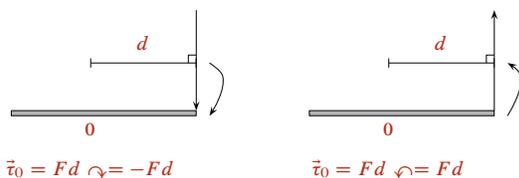
La magnitud del momento $\vec{\tau}_1$ de la fuerza \vec{F}_1 , respecto del pivote P es $\tau_1 = F_1 d_1$.

Si d_1 es la distancia del pivote al cuerpo colocado en el extremo derecho, de la figura se observa que $L = d_1 + d_2$, de donde $d_1 = L - d_2$.

Como $L = 3.5 \text{ cm} = \frac{3.5}{100} \text{ m} = 0.035 \text{ m}$, y como $d_2 = 1.5 \text{ cm} = \frac{1.5}{100} \text{ m} = 0.015 \text{ m}$, entonces $d_1 = 0.020 \text{ m}$ que corresponde con el brazo de palanca de la fuerza vertical \vec{F}_1 .



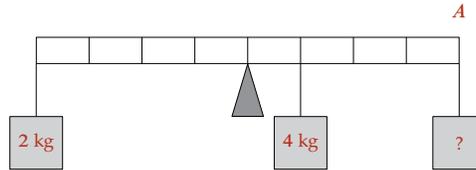
75. Diagrama que ilustra las propiedades de la torca o momento de una fuerza.



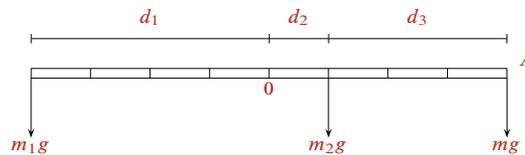
Por lo tanto, $\tau_1 = F_1 d_1 = (100 \text{ N})(0.020 \text{ m}) = 2 \text{ Nm}$.

□

101. ¿Qué masa debe colocarse en el punto A para mantener la barra de peso despreciable, en posición horizontal y en equilibrio?



▼ La respuesta es (e)



De acuerdo con la figura anterior, se tiene que $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 4 \text{ kg}$, $d_1 = 4 \text{ m}$, $d_2 = 1 \text{ m}$, $d_3 = 4 \text{ m}$; todas estas distancias están medidas a partir del punto O .

Para el equilibrio de la barra se debe cumplir que la suma de las torcas de cada fuerza que actúa sobre ella sea igual a cero:

$$\sum \vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 = 0.$$

Como $\tau = Fd$ y como las fuerzas aplicadas sobre la barra son iguales al peso (mg) de cada una de las tres masas, entonces:

$$m_1 g d_1 - m_2 g d_2 - m g d_3 = 0 \quad \text{o bien} \quad m g d_3 = m_1 g d_1 - m_2 g d_2.$$

de donde se despeja la masa m :

$$m = \frac{m_1 g d_1 - m_2 g d_2}{g d_3} = \frac{g(m_1 d_1 - m_2 d_2)}{g d_3},$$

obteniéndose finalmente que,

$$m = \frac{(m_1 d_1 - m_2 d_2)}{d_3} = \frac{(2 \text{ kg})(4 \text{ m}) - (4 \text{ kg})(1 \text{ m})}{4 \text{ m}} = 1 \text{ kg}.$$

□

102. ¿Cuál es la masa de un objeto de cobre que tiene un volumen de 0.003 m^3 ?
(Considera la densidad del cobre como $9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$.)

▼ La respuesta es (d)

La densidad ρ de un cuerpo homogéneo, de masa m y volumen V , se define como el cociente de su masa m entre el volumen V ; esto es

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

De esta ecuación se tiene que $m = \rho V$.

Por lo tanto, la masa del objeto de cobre es:

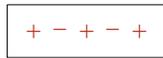
$$m = (9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) (0.003 \text{ m}^3) = 27 \text{ kg}.$$

□

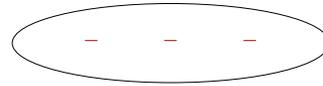
103. Un objeto se carga eléctricamente debido a la proximidad de otro objeto que ya está cargado; esto sucede por _____.

▼ La respuesta es (e)

La redistribución de carga a causa de la presencia cercana de un objeto cargado es útil para cargar objetos eléctricamente sin que éstos hagan contacto. Este proceso se conoce como **carga por inducción** y se ilustra en la figura inferior.



Cuerpo neutro (1)

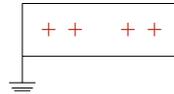


Cuerpo cargado negativamente (2)

Cuando el cuerpo (2) se aproxima al (1), éste se polariza.



Si el cuerpo (1) polarizado se aterriza, pierde carga negativa.



El resultado final es que (1) queda cargado positivamente por efecto de inducción.



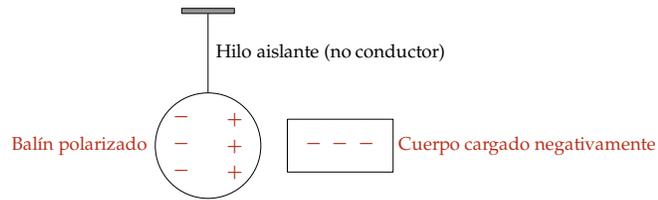
□

104. Un balón metálico se cuelga de un hilo aislante. Si se acerca un objeto de carga negativa, sin tocarlo, el balón se _____.

▼ La respuesta es (d)



Se acerca un objeto de carga negativa y se observa lo siguiente:



□

105. La capacidad de conducción eléctrica de los metales se debe a su _____.

▼ La respuesta es (a)

Los metales son buenos conductores eléctricos debido a que en su estructura sólida existen los llamados electrones libres que son los que con su movimiento configuran las corrientes eléctricas.

□

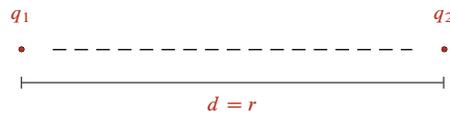
106. Si la distancia entre dos cargas eléctricas en reposo se reduce a la mitad, entonces la fuerza entre ellas es _____.

▼ La respuesta es (b)

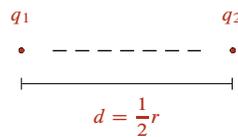
La ley de Coulomb establece que la magnitud de la fuerza F que ejercen entre sí dos cargas q_1 , q_2 , separadas una distancia r , es directamente proporcional al producto de las magnitudes de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia $d = r$ de separación, lo cual se expresa por la ecuación

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Donde K es una constante de proporcionalidad.



Si $d = \frac{1}{2}r$, la fuerza F' en este caso es:



$$F' = K \frac{q_1 q_2}{d^2} = K \frac{q_1 q_2}{\left(\frac{1}{2}r\right)^2} = K \frac{q_1 q_2}{\frac{1}{4}r^2} = 4 \left(K \frac{q_1 q_2}{r^2} \right);$$

y como $F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$, entonces:

$$F' = 4 \left(K \frac{q_1 q_2}{r^2} \right) = 4F.$$

□

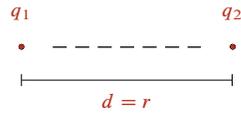
107. Si la distancia entre dos cargas eléctricas en reposo se duplica, entonces la fuerza entre ellas se multiplica por _____.

▼ La respuesta es (e)

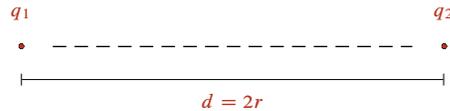
La ley de Coulomb establece que la magnitud de la fuerza F que ejercen entre sí dos cargas q_1, q_2 , separadas una distancia $d = r$, es directamente proporcional al producto de las magnitudes de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación, lo cual se expresa por la ecuación

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Donde K es una constante de proporcionalidad.



Si $d = 2r$, la fuerza F' en este caso es:



$$F' = K \frac{q_1 q_2}{d^2} = K \frac{q_1 q_2}{(2r)^2} = K \frac{q_1 q_2}{4r^2} = \frac{1}{4} \left(K \frac{q_1 q_2}{r^2} \right);$$

y como $F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$, entonces $F' = \frac{1}{4} \left(K \frac{q_1 q_2}{r^2} \right) = \left(\frac{1}{4} \right) F$; esto es:

$$F' = \left(\frac{1}{4} \right) F = (0.25)F.$$

Es decir que, cuando la distancia entre las dos cargas eléctricas se duplica, entonces la fuerza entre ellas se multiplica por $(0.25) = \frac{1}{4}$.

□

108. Las sustancias puras se clasifican en _____.

▼ La respuesta es (d)

Una sustancia pura es aquella que no es posible descomponer o separar en otras más simples por ningún procedimiento físico,⁷⁶ de ahí que las sustancias puras se clasifiquen en dos grupos: elementos⁷⁷ y compuestos.⁷⁸

Si la sustancia pura se descompone por procesos químicos, se dice que es compuesta; en caso contrario se dice que es simple.

□

109. Selecciona los enunciados que describen correctamente las propiedades de los estados de la materia.

1. Los sólidos y los líquidos son fácilmente compresibles
2. Los gases tienen las densidades más altas de los tres estados de la materia
3. Los sólidos y los líquidos tienen volúmenes definidos, pero los gases no
4. Los sólidos tienen una estructura molecular más ordenada que los líquidos y los gases
5. A bajas temperaturas y altas presiones, se favorece la formación del estado sólido de la materia
6. Los líquidos y los gases tienen forma definida

▼ La respuesta es (d)

La materia en estado sólido o líquido presenta un volumen bien definido y es prácticamente incompresible; por otra parte, los gases tienden a ocupar todo el volumen del recipiente que los contiene y son fácilmente compresibles.

Los sólidos están formados por átomos, iones o moléculas dispuestos en un modelo compacto, que puede ser ordenado o desordenado, a partir de lo cual, el estado sólido tiene la mayor densidad de los tres estados de agregación.

Cuando un líquido o un gas son sometidos a bajas temperaturas o bien a altas presiones, se favorece la formación de un sólido, cuyas partículas estarán más ordenadas.

Por ejemplo, el agua en fase de vapor, al ser sometida a una disminución de temperatura, podrá cambiar a fase líquida, de tal forma que si se sigue bajando la temperatura, se convertirá en hielo (fase sólida).

□

110. La radiactividad es un fenómeno de _____.

▼ La respuesta es (d)

La radiactividad es un fenómeno que se presenta en los isótopos⁷⁹ inestables,⁸⁰ los cuales emiten partículas procedentes de su núcleo. Cuando el número de protones del núcleo se modifica, los átomos se irán transformando en otros átomos, hasta llegar a una especie química y físicamente estable.

76. Los procedimientos físicos son procesos que permiten la separación de una sustancia en sus componentes, aprovechando las características físicas de las sustancias, entre estos procesos se tienen: la decantación, la destilación, la evaporación, la filtración, la extracción o bien el uso de los campos magnéticos.

77. Los elementos están formados por un sólo tipo de sustancia, ejemplos: carbono, oxígeno, hidrógeno.

78. Los compuestos son combinaciones en una proporción definida de dos o más elementos, ejemplos: agua, cloruro de sodio, sulfato de cobre.

79. Los isótopos son átomos que coinciden en su número atómico (protones), pero que tienen diferente número de masa; en otras palabras, son átomos de un mismo elemento que difieren en su número de neutrones.

80. Los isótopos inestables son aquellos átomos que emiten partículas de su núcleo, dichas emisiones pueden ser de tipo alfa* y/o beta,** y se acompañan de radiación electromagnética de alta energía conocida como radiación gamma.

* La emisión alfa consiste de dos protones y dos neutrones, lo cual produce la disminución del número atómico en dos unidades y del número de masa en cuatro unidades, lo que provoca la transformación del elemento químico original.

** La emisión beta ocurre cuando el número atómico aumenta en una unidad, por la transformación de un neutrón en un protón, con la consecuente transformación del elemento en otro elemento químico.

Por lo tanto, la respuesta es desintegración nuclear, ya que, en el fenómeno de radiactividad, lo que se pierde son las partículas del núcleo.

□

111. El neutrón es una partícula subatómica con carga eléctrica _____ y se encuentra _____.

▼ La respuesta es (b)

El átomo está constituido por diversas partículas subatómicas,⁸¹ de las cuales los protones y neutrones se encuentran dentro del núcleo; ambas partículas tienen una masa equivalente.

El protón por su parte tiene carga eléctrica positiva y el neutrón no tiene carga eléctrica.

Los electrones son partículas 1 640 veces más pequeñas que los protones y los neutrones, se mueven a grandes velocidades fuera del núcleo y tienen carga eléctrica negativa.

□

112. La notación química de un isótopo de estaño (Sn) con 50 protones y 70 neutrones es _____.

▼ La respuesta es (d)

En la notación empleada para los elementos y sus isótopos,⁸² a la izquierda del símbolo químico correspondiente, se colocan dos números que permiten identificarlos: ${}_{50}^{120}\text{Sn}$.

Como se puede observar, en la parte inferior, a la izquierda del símbolo del elemento químico, se escribe el número atómico⁸³ y en la parte superior, a la izquierda del símbolo, se ubica el número de masa⁸⁴.

□

113. Esquema que identifica mejor a un conjunto de moléculas de agua.

▼ La respuesta es (c)

Al unirse, los átomos para formar un compuesto, comparten sus electrones de valencia.⁸⁵ En el caso del agua se tendrán dos enlaces covalentes⁸⁶ formados por la unión del oxígeno con dos hidrógenos, de esta forma, el oxígeno cumplirá la regla del Octeto;⁸⁷ por su parte, cada átomo de hidrógeno quedará rodeado por un par electrónico (regla del Par).

Dado que el oxígeno posee seis electrones de valencia y comparte dos de ellos con los dos átomos de hidrógeno, éste tendrá dos pares electrónicos sin compartir, tal como se ilustra en el siguiente esquema:

81. Las partículas subatómicas –como protones, neutrones, electrones, entre otras– son las partículas que constituyen a los átomos.

82. Los isótopos son átomos que tienen igual número atómico, pero diferente número de masa; por lo tanto, difieren en el número de neutrones en el núcleo.

Es importante recordar que lo que otorga identidad química a un elemento es el número de protones, por ejemplo, un átomo con un protón se identifica como hidrógeno, con dos protones como helio, con tres protones como litio y así sucesivamente.

83. El número atómico es el número de protones en el núcleo.

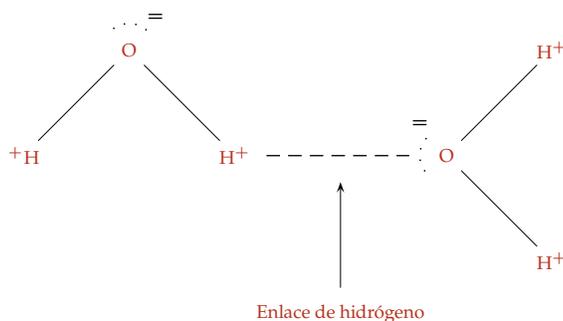
84. El número de masa es la suma del número de neutrones y protones en el núcleo.

85. Los electrones de valencia son aquellos electrones que se encuentran en el último nivel de energía. Por ejemplo, cada átomo de oxígeno tiene seis electrones de valencia. Por su parte, cada átomo de hidrógeno posee un electrón de valencia.

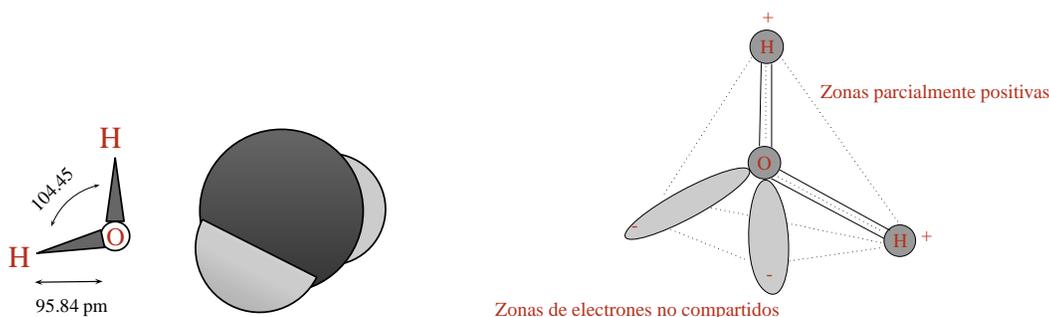
Al formarse la molécula de agua, se unirán un átomo de oxígeno con dos átomos de hidrógeno por medio de dos enlaces covalentes; ello les permitirá a los átomos lograr una estabilidad química.

86. Un enlace covalente es la unión química en la que se comparte al menos un par electrónico entre dos átomos.

87. La regla del Octeto es la tendencia de los átomos por completar ocho electrones en su último nivel y hacerse isoelectrónicos con los gases nobles. Para el caso de átomos con pocos electrones de valencia, como es el del hidrógeno, éstos siguen la regla del Par, de esta manera el hidrógeno se hace isoelectrónico con el helio.



En conjunto, la molécula tendrá un oxígeno central unido con los dos hidrógenos y dos pares de electrones no compartidos, de tal manera que éstos se orientarán en una geometría espacial que describirá un tetraedro. Dicha geometría maximizará las atracciones y minimizará las repulsiones eléctricas de la molécula. Por lo tanto, en la molécula de agua, los átomos se encontrarán dispuestos formando un ángulo como se observa en las siguientes figuras:



□

114. Si la masa atómica del Al es 27 uma, la del O es 16 uma y la del H es 1 uma, entonces 1 mol de $\text{Al}(\text{OH})_3$ equivale a _____.

▼ La respuesta es (b)

Un mol se define como la masa atómica⁸⁸ o masa molar⁸⁹ de una sustancia expresada en gramos.

Tanto la masa atómica como la molar se determinan empleando los datos que reporta la tabla periódica de los elementos, en donde se señala cuántas unidades de masa atómica (uma)⁹⁰ pesa cada elemento.

A partir de las uma es posible calcular, en el caso de los elementos, el peso atómico o masa atómica en gramos; en el de una molécula, la masa molar o peso molecular en gramos.

De tal forma que, un mol de $\text{Al}(\text{OH})_3$ es igual a la suma de las masas de los átomos de los elementos que incluye el compuesto.

De la tabla periódica de los elementos, se obtienen los pesos de los átomos que forman el compuesto $\text{Al}(\text{OH})_3$:

$\text{Al} = 27 \text{ g}$

88. La masa atómica es la masa total de protones y neutrones de un elemento.

89. La masa molar es la masa de un mol de sustancia expresada en gramos. Cuando se tiene una molécula, es decir, dos o más átomos unidos entre sí, la masa viene dada por la suma de las masas atómicas de cada uno de los átomos que la forman. La masa molar se calcula usando la tabla periódica de los elementos, ya que en ésta se puede ver cuántas unidades de masa atómica (uma) pesa cada elemento, es decir, su peso atómico o masa atómica.

90. La uma es utilizada para expresar la masa de los átomos y equivale a una doceava parte de la masa del núcleo del isótopo más abundante y estable del carbono, esto es, el ^{12}C . También puede encontrarse por su acrónimo inglés: *amu* (*atomic mass unit*).

$$\text{O} = 16 \text{ g}$$

$$\text{H} = 1 \text{ g}$$

Entonces:

$$(27 \text{ g} \times 1 \text{ átomo}) + (16 \text{ g} \times 3 \text{ átomos}) + (1 \text{ g} \times 3 \text{ átomos}) = 78 \text{ g.}$$

Por lo tanto 1 mol de $\text{Al}(\text{OH})_3$ pesa 78 g.

□

115. ¿Cuáles de los siguientes compuestos son iónicos?

1. LiCl

4. HI

2. H_2O

5. CO

3. KF

▼ La respuesta es (a)

Los compuestos iónicos se forman cuando los átomos del Grupo I (metales alcalinos) o bien los del Grupo II (metales alcalinotérreos) pierden uno o dos electrones respectivamente para formar iones positivos (cationes); mientras que los átomos de los elementos del Grupo VI o bien los del Grupo VII (halógenos) ganan un electrón o más para formar iones negativos (aniones); con ello ambos iones, el catión y el anión, se unen eléctricamente mediante un enlace iónico.⁹¹

Los átomos de Li y K forman iones positivos monoatómicos al perder un electrón y los átomos Cl y F forman iones negativos monoatómicos al ganar un electrón.

Ión monoatómico del metal	+	Ión monoatómico del no metal	→	Compuesto iónico
Ión positivo (+)	+	Ión negativo (-)	→	Compuesto iónico(+ -)
Li^+	+	Cl^-	→	LiCl
K^+	+	F^-	→	KF

□

116. El _____ es un compuesto covalente.

▼ La respuesta es (d)

El CO_2 es un compuesto covalente⁹² ya que la unión se efectúa entre dos átomos no metálicos, carbono y oxígeno, ambos tienen una electronegatividad similar, lo cual les da la posibilidad de formar un enlace covalente.⁹³

□

91. El enlace iónico es la fuerza de atracción que se establece entre dos iones con cargas opuestas, que se han formado por transferencia (ganancia y pérdida) de electrones. Este enlace se establece entre elementos metálicos y no metálicos, que no forman moléculas sino redes cristalinas.

Por lo tanto, los únicos compuestos iónicos en las opciones presentadas son LiCl, KF y HI.

92. Los compuestos covalentes están formados por átomos de elementos no metálicos iguales o diferentes, unidos por enlaces covalentes (compartición de electrones).

En el CO_2 el carbono es el átomo central de la molécula y tiene cuatro electrones de valencia; asimismo, cada átomo de oxígeno tiene seis electrones de valencia, de lo anterior se deduce que el carbono compartirá dos electrones de valencia con cada uno de los átomos de oxígeno, formando así dos enlaces covalentes y en cada átomo de oxígeno quedarán cuatro electrones sin compartir:



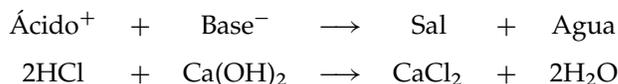
93. El enlace covalente es un enlace químico que se forma cuando dos átomos comparten uno o más pares de electrones. El enlace covalente, por el número de electrones compartidos, puede ser: simple cuando se comparte un solo par de electrones; doble al compartir dos pares de electrones y triple cuando comparten tres pares de electrones entre los átomos enlazados.

Por lo tanto, el único compuesto con dos átomos no metálicos es el CO_2 .

117. Completa la siguiente reacción: $2\text{HCl} + \text{Ca}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{_____} + \text{_____}$.

▼ La respuesta es (e)

Una reacción ácido-base de Arrhenius es una reacción de neutralización en la que se forma una sal y agua.



□

118. De las reacciones anteriores, ¿cuáles son de combustión?

▼ La respuesta es (d)

Las siguientes son ejemplos de reacciones de combustión:⁹⁴

Combustible	+	Oxígeno gaseoso	→	Dióxido de carbono	+	Agua
$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	+	3O_2	→	2CO_2	+	$3\text{H}_2\text{O}$
C_3H_8	+	5O_2	→	3CO_2	+	$4\text{H}_2\text{O}$

□

119. ¿Cuántas de las reacciones del listado anterior son reacciones ácido-base, según la definición de Brønsted-Lowry?

▼ La respuesta es (a)

En la teoría ácido-base de Brønsted-Lowry, un protón (H^+)⁹⁵ procedente del ácido se transfiere a otra sustancia que se identifica como la base que lo recibe. La eliminación de un protón (ion hidrógeno) de un ácido produce su base conjugada, que es el ácido original menos un ion hidrógeno; por otro lado al aceptar la base el protón del ácido da como resultado en los productos al ácido conjugado, que es la base con un ion hidrógeno adicional. La fórmula general para las reacciones ácido-base, de acuerdo con la definición de Brønsted-Lowry, es:

AH	+	B	→	BH ⁺	+	A ⁻
Ácido		Base		Ácido conjugado		Base conjugada
(cede un protón)		(acepta un protón)				

La transferencia de un protón no se refiere a la eliminación de un protón del núcleo de un átomo, lo que requeriría niveles de energía no alcanzables a través de la simple disociación de los ácidos, sino a la eliminación de un ion hidrógeno (H^+).

□

120. ¿En cuántas reacciones aparece el dióxido de carbono?

▼ La respuesta es (d)

El dióxido de carbono es un compuesto formado por un átomo de carbono y dos átomos de oxígeno (CO_2).

□

⁹⁴ Una reacción de combustión se basa en la reacción química exotérmica de una sustancia (o una mezcla de ellas) denominada combustible, en presencia de oxígeno. Como consecuencia se forma una llama, una masa gaseosa incandescente que emite luz y calor. La reacción química entre el combustible y el oxígeno origina sustancias gaseosas; los productos más comunes de la combustión son CO_2 y H_2O . En forma genérica, a los productos de una reacción de combustión se les denomina humos.

⁹⁵ El hidrógeno es el átomo más sencillo y ligero, formado por un protón y un electrón; cuando un átomo de hidrógeno se ioniza positivamente, es decir, cuando pierde un electrón, lo que queda del mismo es sólo el protón de su núcleo. Por lo tanto, el símbolo H^+ representa a su protón.

El libro *Autoevaluación I* se terminó de imprimir en febrero de 2011, en los talleres de ¡Buena Idea! Editores, S.A. de C.V., calle 11 de agosto de 1859, núm. 99, col. Leyes de Reforma 3^a Sección, C.P. 09310, México D.F. Fue compuesto con las familias MathTime Professional, Palatino en Latex y Universe de Linotype. Interiores en papel *bond* de 90 gramos y forros de cartulina sulfatada de 12 puntos.

El tiraje constó de 10000 ejemplares, más sobrantes para reposición.